a) Steigung der Sekante durch die Punkte P_0 und P_1 : $m=\frac{4-0{,}25}{4-1}=1{,}25$

x-Koordinate des Berührpunkts der parallelen Tangente:

$f'(x)=1{,}25 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x=1{,}25 \Leftrightarrow x=2{,}5$

b) Z. B. $P_3(-2|1)$, $P_4(-1|0{,}25)$

Steigung der Sekante: $\frac{0{,}25-1}{-1-(-2)}=-0{,}75$

x-Koordinate des Berührpunkts: $f'(x)=-0{,}75 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x=-0{,}75 \Leftrightarrow x=-1{,}5$

c) Die x-Koordinaten der Berührpunkte liegen jeweils in der Mitte zwischen den Punkten, durch die die Sekante verläuft.

d) Mittlere Steigung im Intervall $[x_0;x_1]$: $m=\frac{a\cdot x_1^2-a\cdot x_0^2}{x_1-x_0}=a\cdot(x_1+x_0)$

Lokale Steigung: $y'=2\cdot a\cdot x$

Gleichheit von lokaler und mittlerer Steigung: $2\cdot a\cdot x=a\cdot(x_1+x_0)\Leftrightarrow x=\frac{1}{2}\cdot(x_1+x_0)$

Daher ist die lokale Steigung in der Mitte des Intervalls gleich der mittleren Steigung im Intervall. Anmerkung: Hier kann ein Bezug zum Mittelwertsatz der Differentialrechnung hergestellt werden.

e) Man bestimmt den Anstieg m, indem man zwei symmetrisch zu x_0 liegende Stellen x_0+h und x_0-h wählt und die Steigung der Sekante durch die zugehörigen Punkte der Parabel berechnet.

$$\frac{a\cdot(x_0+h)^2-a\cdot(x_0-h)^2}{2\cdot h}=2\cdot a\cdot x_0$$

Weiterhin gilt $f'(x)=2\cdot a\cdot x$, also $f'(x_0)=2\cdot a\cdot x_0$.
Die beiden Terme sind gleich.

f) Die Sekantensteigung ist: $m=\frac{a-0}{1-0}=a$. Für die Berührstelle der parallelen Tangente gilt:

$f'(x_B)=a\Leftrightarrow 3\cdot a\cdot x_B^2=a\Leftrightarrow x_B=\frac{1}{3}\cdot\sqrt{3}\approx 0{,}58$

Die Berührstelle liegt unabhängig von a stets rechts von der Mitte des Intervalls [0;1].