Chip-Pagode

Mögliche Lösungen

a) $A(1) = (270\text{ cm})^2 = 72\,900\text{ cm}^2$; $A(2) = \frac{A(1)}{2} = 36\,450\text{ cm}^2$

b) Seitenlänge: $a = \sqrt{A(2)} = \sqrt{36\,450\text{ cm}^2} \approx 191\text{ cm}$.

c) Die Seitenlänge jedes folgenden Quadrats erhält man durch sukzessive Division durch $\sqrt{2}$.

Wenn die Schüler mit einer Tabellenkalkulation arbeiten, lassen sich auch alle Seitenlängen berechnen (ungerundete Werte):

Jahr	Seitenlänge
1965	270
1967	190,918831
1969	135
1971	95,4594155
1973	67,5
1975	47,7297077
1977	33,75
1979	23,8648539
1981	16,875
1983	11,9324269
1985	8,4375
1987	5,9662134
1989	4,21875
1991	2,98310673
1993	2,109375
1995	1,49155337
1997	1,0546875
1999	0,74577668
2001	0,52734375
2003	0,37288834
2005	0,26367188

© Cornelsen Verlag Scriptor, Berlin • Bildungsstandards Mathematik: konkret

Lösung (und Kommentar)

d) $A(n) = \frac{A(1)}{2^{n-1}}$

$A(11) = \frac{72\,900\text{ cm}^2}{2^{10}} \approx 71{,}2\text{ cm}^2$;

$A(21) = \frac{72\,900\text{ cm}^2}{2^{20}} \approx 0{,}07\text{ cm}^2$

e)

Jahr	Flächeninhalt in cm²	Seitenlänge
1965	72900	270
1967	36450	190,918831
1969	18225	135
1971	9112,5	95,4594155
1973	4556,25	67,5
1975	2278,125	47,7297077
1977	1139,0625	33,75
1979	569,53125	23,8648539
1981	284,765625	16,875
1983	142,3828125	11,9324269
1985	71,19140625	8,4375
1987	35,59570313	5,9662134
1989	17,79785156	4,21875
1991	8,898925781	2,98310673
1993	4,449462891	2,109375
1995	2,224731445	1,49155337
1997	1,112365723	1,0546875
1999	0,556182861	0,74577668
2001	0,278091431	0,52734375
2003	0,139045715	0,37288834
2005	0,069522858	0,26367188

© Cornelsen Verlag Scriptor, Berlin • Bildungsstandards Mathematik: konkret

Nach der Tabelle sind die 3,5 mm Seitenlänge, die im Text angegeben werden, zu groß. Sie würden besser zum Jahr 2003 passen.

Anmerkung: Die Berechnung aller Seitenlängen ist nicht erforderlich. In der Tabellenkalkulation lässt sich aber gut das Ergebnis aus c) verwenden, sodass sich die Seitenlänge auf zwei Wegen berechnen lässt.

f) Die Tabelle aus e) wird erweitert:

Jahr	Flächeninhalt in cm²	Seitenlänge
1965	72900	270
1967	36450	190,918831
1969	18225	135
1971	9112,5	95,4594155
1973	4556,25	67,5
1975	2278,125	47,7297077
1977	1139,0625	33,75
1979	569,53125	23,8648539
1981	284,765625	16,875
1983	142,3828125	11,9324269
1985	71,19140625	8,4375
1987	35,59570313	5,9662134
1989	17,79785156	4,21875
1991	8,898925781	2,98310673
1993	4,449462891	2,109375
1995	2,224731445	1,49155337
1997	1,112365723	1,0546875
1999	0,556182861	0,74577668
2001	0,278091431	0,52734375
2003	0,139045715	0,37288834
2005	0,069522858	0,26367188

© Cornelsen Verlag Scriptor, Berlin • Bildungsstandards Mathematik: konkret

Summe	145799,9305
Höhe in cm	4
Volumen in cm³	583199,7219
Dichte von Plexiglas in g/cm³	1,18
Gewicht in g	688175,672

Die Chip-Pagode würde danach rund 700 kg wiegen.

Alternativ kann die Tabelle auch um eine Spalte ergänzt werden, in der das Volumen der jeweiligen Stufe berechnet wird. Mit der Summenfunktion erhält man daraus das Gesamtvolumen.

Didaktischer Kommentar

Die Aufgabe ist für die Klasse 10 gedacht, im Rahmen des Unterrichts über Exponentialfunktionen. Sie kann als erstes Beispiel zur Erarbeitung der exponentiellen Abnahme dienen oder auch einfach als weiteres Übungs- und Anwendungsbeispiel verwendet werden.
Die Aufgabe vermittelt gleichzeitig etwas geschichtlichen Hintergrund zum für die Schüler interessanten Medium Computer. Falls die Schüler mehr darüber wissen wollen, bietet sich eine Vertiefung z. B. in Form eines Referats über die Entwicklung und Miniaturisierung bei Computern an.
Auch für „Nicht-Techniker“ wird die Aufgabe durch das optisch ansprechende Kunstwerk interessant. Es ist gleichzeitig eine gute Visualisierung der exponentiellen Abnahme.

Die ersten drei Teilaufgaben sind eigentlich einfache Routineaufgaben, dienen aber dazu, die Schüler an den Text heranzuführen und die Struktur des Kunstwerks zu verstehen. In d) und e) steht der funktionale Aspekt im Vordergrund, während f) noch eine praktische Anwendung der Ergebnisse aus e) darstellt und ein überraschend großes Ergebnis liefert.

Die Verwendung der Tabellenkalkulation in e) und f) entlastet die Schüler von monotoner Tipparbeit auf dem Taschenrechner (fortgesetztes Halbieren bzw. in f) Eintippen aller Teilflächeninhalte aus e)).

Die Aufgabe hat zwar viele Teilaufgaben, es kann bei Zeitknappheit aber auch der letzte Teil weggelassen werden.

© Cornelsen Verlag Scriptor, Berlin • Bildungsstandards Mathematik: konkret