Institut zur Qualitätsentwicklung im Bildungswesen

ILLUSTRIERENDE LERNAUFGABE FÜR DIE WEITERENTWICKELTEN BILDUNGSSTANDARDS IM FACH MATHEMATIK SEKUNDARSTUFE I

Aufgabentitel	Terme untersuchen
Ziele der Aufgabe	Die Schülerinnen und Schüler beschreiben die innere Struktur mathematischer Objekte (z. B. von Termen) und gehen flexibel und sicher mit ihnen um.
Bildungsstufe	☐ ESA ☒ MSA ☐ Beide
Klassenstufe	7 - 8
Bearbeitungszeit gesamt in Minuten	60
Leitidee 1	Zahl und Operation
Einsatz von (digitalen) Medien	CAS
Unterrichtsphase	Üben
Information	Nicht angesprochene Bereiche der Teilkompetenzen werden ausgegraut.

KULTUSMINISTER KONFERENZ

HUMBOLDT-UNIVERSITÄT ZU BERLIN

	Illustrierte Standards
inhaltsbezogene Kompetenz	**Strukturen und funktionaler Zusammenhang:** Die Schülerinnen und Schüler • stellen einfache Terme, um allgemeine Zusammenhänge im Sachkontext zu beschreiben, formen sie um und interpretieren sie. (ESA) • stellen Terme auf, um allgemeine Zusammenhänge im Sachkontext zu beschreiben, formen sie um und interpretieren sie. (MSA)
prozessbezogene Kompetenzen (AFB)	**mit Medien mathematisch arbeiten:** Die Schülerinnen und Schüler • nutzen analoge und digitale Mathematikwerkzeuge (z. B. Geometriesoftware, Tabellenkalkulation, Computeralgebrasystem, Stochastiktool1) zum Problemlösen, Entdecken, Modellieren, Daten verarbeiten, Kontrollieren und Darstellungswechseln etc. (AFB II) **mit mathematischen Objekten umgehen:** Die Schülerinnen und Schüler • beschreiben die innere Struktur mathematischer Objekte (z. B. von Termen) und gehen flexibel und sicher mit ihnen um. (AFB II)

Material und Aufgabenstellung

Mathematische Terme können ganz unterschiedlich geschrieben werden. So kann man für a•a auch a^2 schreiben. In dieser Aufgabe sollen unterschiedliche Schreibweisen untersucht werden. Hierbei hilft dir dein Computer Algebra System (CAS).
Wenn du Städtenamen im CAS eingibst, zeigt das CAS unterschiedliche Ergebnisse an:

Eingabe	Ausgabe CAS
Hamm	hamm
H a m m	ahm^2
H+a+m+m	a+h+2m

Probiere mit deinem eigenen Namen aus, welche unterschiedlichen Ergebnissen man erhält.
Erläutere, wie das CAS Terme verarbeitet?

Lösung

Im CAS werten die Terme zusammengefasst. Aus m m wird m² und aus m+m wird 2m. Buchstaben ohne Rechenzeichnen dazwischen werden nicht weiter zusammengefasst.
Ergänzende Hinweise:
Die Art der Eingabe im CAS sollte mit der Tabelle einstimmen. Je nach CAS müsste dann vielleicht der Punkt durch einen Stern für die Multiplikation ersetzt werden.
Zur vereinfachenden Differenzierung:
Gib folgende Terme in dein CAS ein und trage die Ausgabe des CAS in die Tabelle ein.

Eingabe bzw. Term	Ausgabe CAS
$abba$	
$a\,b\,b\,a$	
$a+b+b+a$	
$a\,b-b\,a$	
$\frac{\left(\frac{a}{b}\right)}{\left(\frac{a}{b}\right)}$	
$\frac{a}{b}\cdot\frac{a}{b}$	
$a\cdot b\cdot b\cdot a$	
$\frac{a\,b}{b\,a}$	
$a\,b+b\,a$	
$a\cdot b\,b\cdot a$	

Term	Lösung CAS
$abba$	$abba$
$a\,b\,b\,a$	a^2b^2
$a+b+b+a$	$2a+2b$
$a\,b-b\,a$	0
$\frac{\left(\frac{a}{b}\right)}{\left(\frac{a}{b}\right)}$	1
$\frac{a}{b}\cdot\frac{a}{b}$	$\frac{a^2}{b^2}$
$a\cdot b\cdot b\cdot a$	a^2b^2
$\frac{a\,b}{b\,a}$	1
$a\,b+b\,a$	$2ab$
$a\cdot b\,b\cdot a$	a^2b^2

Die Lösungen können je nach genutztem CAS abweichen.

Je nach CAS können einige Terme so eventuell nicht oder nicht so eingegeben werden. Die Syntax der jeweiligen Software müsste mit der Lerngruppe im Vorfeld besprochen werden.

	Illustrierte Standards
inhaltsbezogene Kompetenz	**Strukturen und funktionaler Zusammenhang:** Die Schülerinnen und Schüler • stellen einfache Terme, um allgemeine Zusammenhänge im Sachkontext zu beschreiben, formen sie um und interpretieren sie. (ESA) • stellen Terme auf, um allgemeine Zusammenhänge im Sachkontext zu beschreiben, formen sie um und interpretieren sie. (MSA)
prozessbezogene Kompetenzen (AFB)	**mit Medien mathematisch arbeiten:** Die Schülerinnen und Schüler • nutzen analoge und digitale Mathematikwerkzeuge (z. B. Geometriesoftware, Tabellenkalkulation, Computeralgebrasystem, Stochastiktool1) zum Problemlösen, Entdecken, Modellieren, Daten verarbeiten, Kontrollieren und Darstellungswechseln etc. (AFB II) **mit mathematischen Objekten umgehen:** Die Schülerinnen und Schüler • beschreiben die innere Struktur mathematischer Objekte (z. B. von Termen) und gehen flexibel und sicher mit ihnen um. (AFB II)

Material und Aufgabenstellung

Das CAS zeigt b^2+2a an. Gib einen möglichen Term an, der eingegeben wurde. Nutze dafür die Buchstaben a b b a.

Lösung

z. B. $a + b \cdot b + a$

	Illustrierte Standards
inhaltsbezogene Kompetenz	**Strukturen und funktionaler Zusammenhang:** Die Schülerinnen und Schüler • stellen einfache Terme, um allgemeine Zusammenhänge im Sachkontext zu beschreiben, formen sie um und interpretieren sie. (ESA) • stellen Terme auf, um allgemeine Zusammenhänge im Sachkontext zu beschreiben, formen sie um und interpretieren sie. (MSA)
prozessbezogene Kompetenzen (AFB)	**mit Medien mathematisch arbeiten:** Die Schülerinnen und Schüler • nutzen analoge und digitale Mathematikwerkzeuge (z. B. Geometriesoftware, Tabellenkalkulation, Computeralgebrasystem, Stochastiktool1) zum Problemlösen, Entdecken, Modellieren, Daten verarbeiten, Kontrollieren und Darstellungswechseln etc. (AFB II) **mit mathematischen Objekten umgehen:** Die Schülerinnen und Schüler • beschreiben die innere Struktur mathematischer Objekte (z. B. von Termen) und gehen flexibel und sicher mit ihnen um. (AFB II)

Material und Aufgabenstellung

Welche Städtenamen verbergen sich hier?

$e^2\ n\ s^2$ $\qquad$ $d\ l\ n^2\ o^2$ $\qquad$ $(n\ g\ o)^2 \cdot h \cdot k$

Lösung

Essen $\qquad$ London $\qquad$ Hong Kong

	Illustrierte Standards
inhaltsbezogene Kompetenz	**Strukturen und funktionaler Zusammenhang:** Die Schülerinnen und Schüler • stellen einfache Terme, um allgemeine Zusammenhänge im Sachkontext zu beschreiben, formen sie um und interpretieren sie. (ESA) • stellen Terme auf, um allgemeine Zusammenhänge im Sachkontext zu beschreiben, formen sie um und interpretieren sie. (MSA)
prozessbezogene Kompetenzen (AFB)	**mit Medien mathematisch arbeiten:** Die Schülerinnen und Schüler • nutzen analoge und digitale Mathematikwerkzeuge (z. B. Geometriesoftware, Tabellenkalkulation, Computeralgebrasystem, Stochastiktool1) zum Problemlösen, Entdecken, Modellieren, Daten verarbeiten, Kontrollieren und Darstellungswechseln etc. (AFB II) **mit mathematischen Objekten umgehen:** Die Schülerinnen und Schüler • verwenden Routineverfahren (z. B. Lösen einer linearen Gleichung) (AFB I)

Material und Aufgabenstellung

Denke dir selbst zwei Namen aus, die du als Terme deutest. Gib die möglichen Rechnerergebnisse deinem Nachbarn bzw. deiner Nachbarin und lass sie den Namen raten.
Du kannst als Hilfe dein CAS nutzen.

Lösung

individuelle Lösungen nach der Idee der 3. Teilaufgabe

	Illustrierte Standards
inhaltsbezogene Kompetenz	**Strukturen und funktionaler Zusammenhang:** Die Schülerinnen und Schüler • stellen einfache Terme, um allgemeine Zusammenhänge im Sachkontext zu beschreiben, formen sie um und interpretieren sie. (ESA) • stellen Terme auf, um allgemeine Zusammenhänge im Sachkontext zu beschreiben, formen sie um und interpretieren sie. (MSA)
prozessbezogene Kompetenzen (AFB)	**mit Medien mathematisch arbeiten:** Die Schülerinnen und Schüler • nutzen analoge und digitale Mathematikwerkzeuge (z. B. Geometriesoftware, Tabellenkalkulation, Computeralgebrasystem, Stochastiktool1) zum Problemlösen, Entdecken, Modellieren, Daten verarbeiten, Kontrollieren und Darstellungswechseln etc. (AFB II) **mit mathematischen Objekten umgehen:** Die Schülerinnen und Schüler • verwenden Routineverfahren (z. B. Lösen einer linearen Gleichung) (AFB I)

Material und Aufgabenstellung

Kombiniere die Buchstaben von „papa“ so, dass in der Ausgabe deines CAS folgendes steht:

0 1 2p p^2

Lösung

z. B.

$0 = p + a - p - a$

$1 = \frac{pa}{ap}$

$2p = p + a + p - a$

$p^2 = p \cdot a \cdot p : a$

	Illustrierte Standards
inhaltsbezogene Kompetenz	**Strukturen und funktionaler Zusammenhang:** Die Schülerinnen und Schüler • stellen einfache Terme, um allgemeine Zusammenhänge im Sachkontext zu beschreiben, formen sie um und interpretieren sie. (ESA) • stellen Terme auf, um allgemeine Zusammenhänge im Sachkontext zu beschreiben, formen sie um und interpretieren sie. (MSA)
prozessbezogene Kompetenzen (AFB)	**mit Medien mathematisch arbeiten:** Die Schülerinnen und Schüler • nutzen analoge und digitale Mathematikwerkzeuge (z. B. Geometriesoftware, Tabellenkalkulation, Computeralgebrasystem, Stochastiktool1) zum Problemlösen, Entdecken, Modellieren, Daten verarbeiten, Kontrollieren und Darstellungswechseln etc. (AFB II) **mit mathematischen Objekten umgehen:** Die Schülerinnen und Schüler • verwenden Routineverfahren (z. B. Lösen einer linearen Gleichung) (AFB I)

Material und Aufgabenstellung

Welche Terme sind gleichwertig?
Schneide die Karten aus und lege gleichwertige Terme zusammen.

$2a+2b$	$b-\frac{1}{2}$	$2a+b$	a^2b^2	$2ab$
$b+2a+b$	$ab\cdot ab$	$\frac{b}{2}$	$b-\frac{b}{2}$	$a+b-a+b-b+2a$
$2(a+b)$	$a\cdot a+b\cdot b$	a^2+b^2	$(ab)^2$	$a+a+b+b$
$2b$	$b:\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}b$	$ab+ab$	$a^2\cdot b^2$

Lösung

$2a+2b$	$b+2a+b$	$2(a+b)$	$a+a+b+b$
$2a+b$	$a+b-a+b-b+2a$		
$b-\frac{1}{2}$			
a^2b^2	$ab\cdot ab$	$(ab)^2$	$a^2\cdot b^2$
$2ab$	$ab+ab$		
$\frac{b}{2}$	$b-\frac{b}{2}$	$\frac{1}{2}b$	
$a\cdot a+b\cdot b$	a^2+b^2		
$2b$	$b:\frac{1}{2}$		

Ergänzende Hinweise:

Für alle Teilaufgaben:

- Um das Vorwissen zu aktivieren und ggf. neu zu sichern, bieten sich Aufgaben der Art an:
- Welche Terme sind gleichwertig? 2·a ,2a , a·2, a^2,.....
- oder: „Das Mal-Zeichen kann man auch immer weggelassen!“ Stimmt das?
- Die grundlege Nutzung eines CAS sollte im Vorfeld thematisiert werden. Wichtig ist hier besonders die Eingabe, da meistens statt · und : ein * und / genutzt werden müssen.
- Die Schülerinnen und Schüler sollten sich schon mit Termen und dem Zusammenfassen von Termen beschäftigt haben. Sollte die Klammerschreibwiese noch nicht bekannt sein, kann die Bedeutung mit den Aufgaben herausgearbeitet werden oder die Aufgaben müssten verändert werden.
- Diese Aufgabe dient dem komplexeren und produktiven Üben, wobei das CAS hier sowohl zum Entdecken und zur Kontrolle genutzt wird. Der Vergleich von Termen, die man eingibt mit dem was das CAS ausgibt, regt Reflexionen an, um die Gleichwertigkeit von Ein- und Ausgabe zu erkennen. Dabei wird der Blick auf Termstrukturen vertieft.
- Bei der Besprechung der Aufgabe 01 sollte auf die Besonderheiten der Eingabe das CAS eingegangen werden. Je nach CAS muss zwischen einzelnen Buchstaben eine Leertaste gedrückt werden, ansonsten wird ein Wort komplett als Variable genutzt.
- Die Aufgaben „Terme untersuchen“ und „Terme zusammenlegen“ können auch unabhängig voneinander genutzt werden.
- Das „Terme zusammenlegen“ kann auch als Memory eingesetzt werden. Hierzu können die Karten auch digital zur Verfügung gestellten werden.

Sofern nicht anders gekennzeichnet, liegt das Copyright beim IQB e. V., Lizenz: Creative Commons (CC BY). Volltext unter: https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/legalcode.de