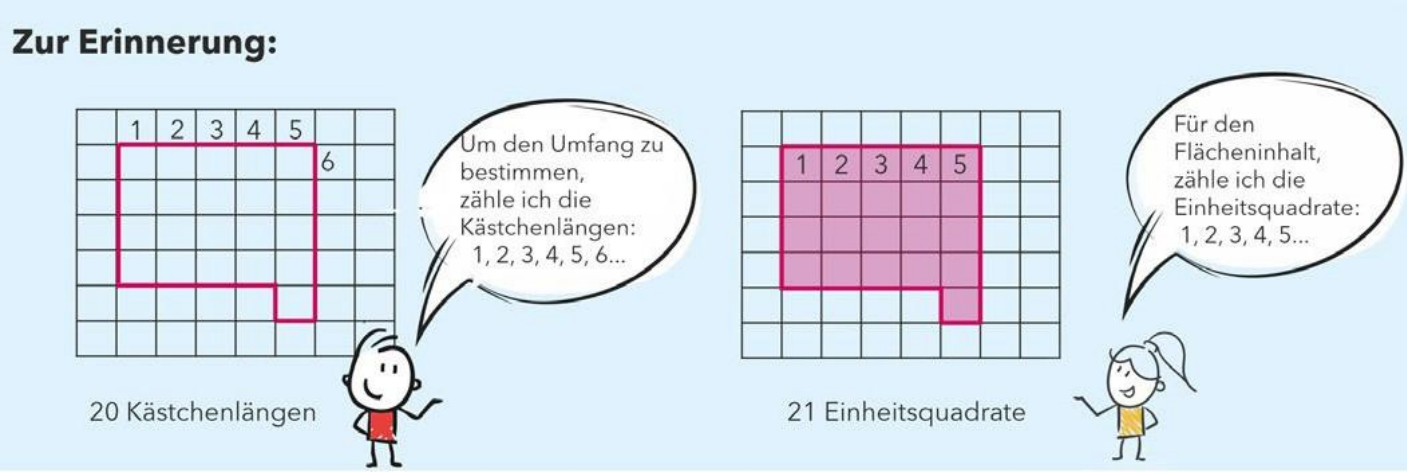
ILLUSTRIERENDE LERNAUFGABE FÜR DIE WEITERENTWICKELTEN BILDUNGSSTANDARDS IM FACH MATHEMATIK PRIMARBEREICH

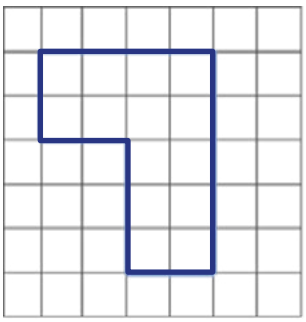
Aufgabentitel	Umfang und Flächeninhalt
Darstellung und Erläuterung der Gesamtaufgabe	Die Länge der Begrenzungslinie einer Figur wird als Umfang bezeichnet. Diese wird in den Beispielaufgaben in Kästchenlängen angegeben, wobei eine Kästchenlänge der Länge eines Rechenkästchens entspricht. Der Flächeninhalt gibt die Größe der innerhalb der Begrenzungslinie liegenden Fläche an. Er wird hier mit Einheitsquadraten (die Fläche eines Rechenkästchens) ausgemessen. Flächeninhalt und Umfang von Figuren stehen in Beziehung zueinander. Allerdings müssen Figuren gleichen Umfangs weder kongruent noch flächeninhaltsgleich sein. Zudem können Figuren mit gleichgroßem Flächeninhalt einen unterschiedlichen Umfang besitzen. Der Fokus der Aufgaben liegt zum einen auf dem Vergleichen von Flächeninhalt und Umfang verschiedener Figuren, zum anderen auf dem Erkennen des Zusammenhangs zwischen diesen beiden Größen. Ein Schwerpunkt bei den vertiefenden Aufgaben besteht darin, zu beschreiben, wie Rechtecke mit besonders großem und besonders kleinem Flächeninhalt bei vorgegebenem Umfang hergestellt werden.
Klassenstufe	4
Leitidee 1	Raum und Form
Schwerpunkt	Die Schülerinnen und Schüler untersuchen und vergleichen ebene Figuren und Körper (ebene Figuren auch hinsichtlich des Umfangs und Flächeninhalts, Körper auch hinsichtlich des Rauminhalts).
Information	Nicht angesprochene Bereiche der Teilkompetenzen werden ausgegraut.

inhaltsbezogene Kompetenz	**Raum und Form:** Geometrische Figuren erkennen, benennen und darstellen Die Schülerinnen und Schüler • untersuchen und vergleichen ebene Figuren und Körper (ebene Figuren auch hinsichtlich des Umfangs und Flächeninhalts, Körper auch hinsichtlich des Rauminhalts).
prozessbezogene Kompetenzen	**Mathematisch kommunizieren:** Die Schülerinnen und Schüler • beschreiben und erklären (auch unter Nutzung geeigneter Medien) Überlegungen zu mathematischen Sachverhalten, Lösungswege und Ergebnisse adressatengerecht.
Unterrichtsphase	Erkunden und Systematisieren

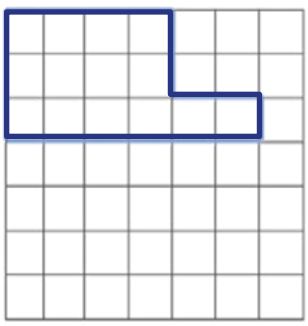
Material und Aufgabenstellung



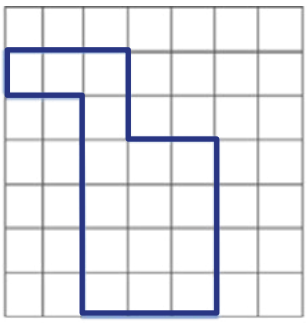
Figur A



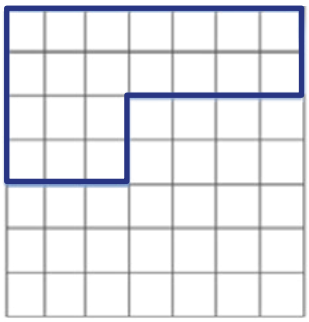
Figur B



Figur C



Figur D



a) Der Umfang von zwei Figuren ist gleich lang. Welche sind es? (AB I)

_____

b) Vergleiche den Flächeninhalt der beiden Figuren. Was fällt dir auf? (AB II)

Ergänzende Hinweise

Bereits vor dem Bearbeiten dieser Aufgaben haben die Schülerinnen und Schüler ein konzeptuelles Verständnis von Umfang und Flächeninhalt aufgebaut. Darüber hinaus haben sie Flächeninhalt und Umfang unterschieden.
Des Weiteren wird vorausgesetzt, dass das Ausmessen dieser beiden Größen mittels Kästchenlängen und Einheitsquadraten bekannt ist.

TEILAUFGABE 2

inhaltsbezogene Kompetenz	**Raum und Form:** Geometrische Figuren erkennen, benennen und darstellen Die Schülerinnen und Schüler • untersuchen und vergleichen ebene Figuren und Körper (ebene Figuren auch hinsichtlich des Umfangs und Flächeninhalts, Körper auch hinsichtlich des Rauminhalts).
prozessbezogene Kompetenzen	**Mathematisch kommunizieren:** Die Schülerinnen und Schüler • erläutern mathematische Zusammenhänge. **Mit mathematischen Objekten und Werkzeugen arbeiten** Die Schülerinnen und Schüler • setzen mathematische Werkzeuge (z. B. Zeichenwerkzeuge, digitale Werkzeuge) sachgerecht ein.
Unterrichtsphase	Erkunden und Systematisieren

Material und Aufgabenstellung

a) Zeichne verschiedene Rechtecke mit einem Umfang von 24 Kästchenlängen. (AB II)

b) Bestimme von jedem Rechteck den Flächeninhalt und schreibe ihn in die gezeichneten Rechtecke. (AB II)
c) Schneide die Rechtecke aus und ordne sie nach Flächeninhalt.
Was fällt dir auf? (AB II)

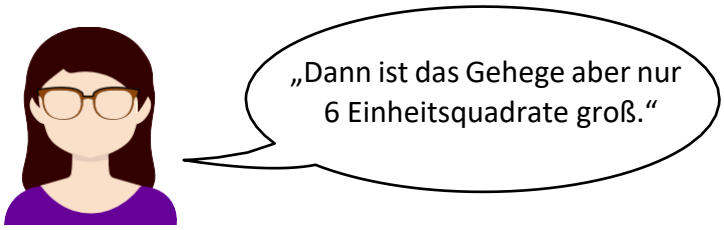
Lösungen von Schülerinnen und Schülern

c) Schmale Rechtecke haben einen kleineren Flächeninhalt als breite Rechtecke.
Je gleichmäßiger der Umfang auf die 4 Seiten verteilt ist, desto größer ist der Flächeninhalt..

inhaltsbezogene Kompetenz	**Raum und Form:** Geometrische Figuren erkennen, benennen und darstellen Die Schülerinnen und Schüler • untersuchen und vergleichen ebene Figuren und Körper (ebene Figuren auch hinsichtlich des Umfangs und Flächeninhalts, Körper auch hinsichtlich des Rauminhalts).
prozessbezogene Kompetenzen	**Mathematisch argumentieren:** Die Schülerinnen und Schüler • stellen Vermutungen zu mathematischen Zusammenhängen auf. **Mathematisch kommunizieren:** Die Schülerinnen und Schüler • beschreiben und erklären (auch unter Nutzung geeigneter Medien) Überlegungen zu mathematischen Sachverhalten, Lösungswege und Ergebnisse adressatengerecht. **Probleme mathematisch lösen** Die Schülerinnen und Schüler • entwickeln Lösungsstrategien (z. B. systematisches Probieren, Analogien nutzen), wählen heuristische Hilfsmittel aus und nutzen diese (z. B. Tabellen). **Mit mathematischen Objekten und Werkzeugen arbeiten** Die Schülerinnen und Schüler • setzen mathematische Werkzeuge (z. B. Zeichenwerkzeuge, digitale Werkzeuge) sachgerecht ein.
Unterrichtsphase	Sichern und Vertiefen

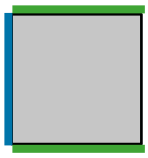
Material und Aufgabenstellung

Herr Grau möchte ein Gehege für seine Hühner errichten und einzäunen. Er kauft im Baumarkt 14 Zaunteile, die alle genau 1m lang sind.

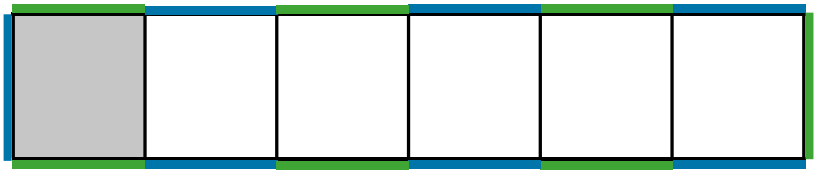


Mia

1 Einheitsquadrat



6m



1m

a) Zeichne verschiedene Gehege mit den 14 Zaunteilen. (AB II)

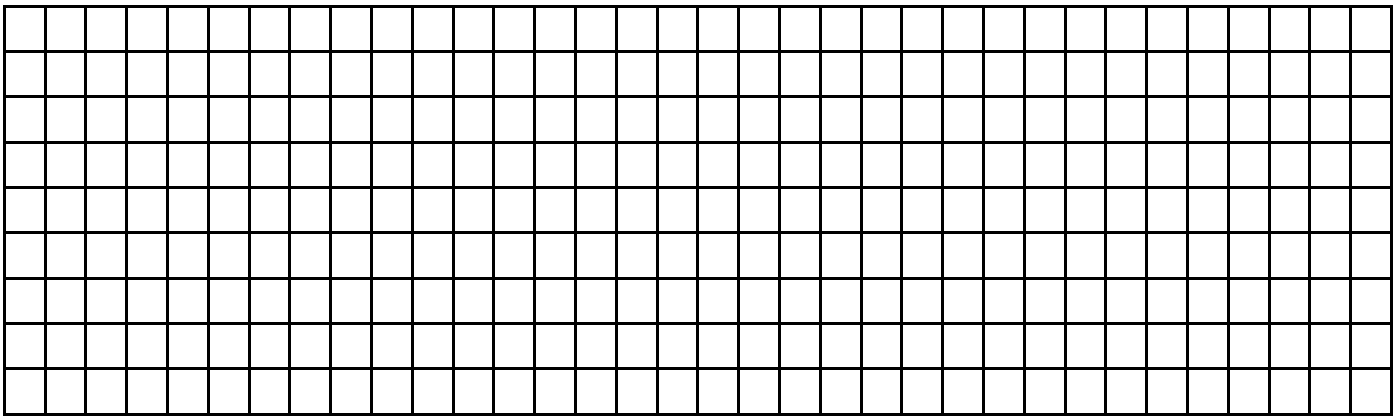
b) Überlegt in der Gruppe: Wie findet man das Gehege mit der größten Fläche? (AB III)

c)Vergleicht die Lösungen der verschiedenen Gruppen. (AB II)

inhaltsbezogene Kompetenz	**Raum und Form:** Geometrische Figuren erkennen, benennen und darstellen Die Schülerinnen und Schüler • untersuchen und vergleichen ebene Figuren und Körper (ebene Figuren auch hinsichtlich des Umfangs und Flächeninhalts, Körper auch hinsichtlich des Rauminhalts).
prozessbezogene Kompetenzen	**Probleme mathematisch lösen** Die Schülerinnen und Schüler • entwickeln Lösungsideen zu Aufgaben, zu denen bislang keine Lösungsroutinen bekannt sind. **Mathematisch kommunizieren:** Die Schülerinnen und Schüler • beschreiben und erklären (auch unter Nutzung geeigneter Medien) Überlegungen zu mathematischen Sachverhalten, Lösungswege und Ergebnisse adressatengerecht. • erläutern mathematische Zusammenhänge. **Mit mathematischen Objekten und Werkzeugen arbeiten** Die Schülerinnen und Schüler • setzen mathematische Werkzeuge (z. B. Zeichenwerkzeuge, digitale Werkzeuge) sachgerecht ein
Unterrichtsphase	Sichern und Vertiefen

Material und Aufgabenstellung

a) Zeichne verschiedene Rechtecke mit einem Flächeninhalt von 20 Einheitsquadraten. (AB II)



b) Vergleicht eure Rechtecke in der Gruppe. Sucht das Rechteck mit dem größtmöglichen Umfang/mit dem kleinstmöglichen Umfang. (AB II)

c) Erklärt den anderen, wie man das Rechteck mit dem größtmöglichen/kleinstmöglichen Umfang finden kann. (AB III)

inhaltsbezogene Kompetenz	**Raum und Form:** Geometrische Figuren erkennen, benennen und darstellen Die Schülerinnen und Schüler • untersuchen und vergleichen ebene Figuren und Körper (ebene Figuren auch hinsichtlich des Umfangs und Flächeninhalts, Körper auch hinsichtlich des Rauminhalts).
prozessbezogene Kompetenzen	**Probleme mathematisch lösen** Die Schülerinnen und Schüler • entwickeln Lösungsideen zu Aufgaben, zu denen bislang keine Lösungsroutinen bekannt sind. **Mathematisch kommunizieren:** Die Schülerinnen und Schüler • beschreiben und erklären (auch unter Nutzung geeigneter Medien) Überlegungen zu mathematischen Sachverhalten, Lösungswege und Ergebnisse adressatengerecht. • erläutern mathematische Zusammenhänge.
Unterrichtsphase	Erfassen und Testen

Material und Aufgabenstellung

Der Umfang der gesuchten Rechtecke soll 12 Kästchenlängen lang sein.

a) Zeichne das Rechteck mit dem kleinstmöglichen Flächeninhalt. (AB II)

b) Zeichne das Rechteck mit dem größtmöglichen Flächeninhalt. (AB II)

c) Erkläre, wie man bei einem vorgegebenen Umfang das Rechteck mit dem kleinstmöglichen Flächeninhalt findet. (AB III)

Lösungen von Schülerinnen und Schülern

c) Je schmaler das Rechteck, desto kleiner ist der Flächeninhalt.

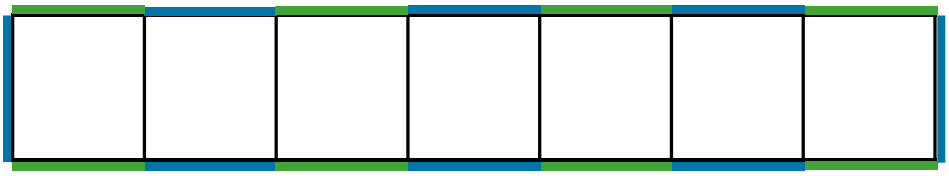
Vom Umfang zieht man 2 ab. Das Ergebnis teilt man durch 2. So lang ist die lange Seite des Rechtecks. Die langen Seiten haben eine Kästchenlänge Abstand voneinander.

TEILAUFGABE 6

inhaltsbezogene Kompetenz	**Raum und Form:** Geometrische Figuren erkennen, benennen und darstellen Die Schülerinnen und Schüler • untersuchen und vergleichen ebene Figuren und Körper (ebene Figuren auch hinsichtlich des Umfangs und Flächeninhalts, Körper auch hinsichtlich des Rauminhalts).
prozessbezogene Kompetenzen	**Mathematisch argumentieren:** Die Schülerinnen und Schüler • stellen Vermutungen zu mathematischen Zusammenhängen auf.
Unterrichtsphase	Erfassen und Testen

Material und Aufgabenstellung

Aus 16 gleichlangen Zaunteilen, soll ein Gehege gebaut werden.
Mila zeichnet ihre Idee auf ein Blatt:



Überprüfe die Aussagen.

Kreuze an. (AB II)

	stimmt	stimmt nicht
Mila hat das Gehege mit dem kleinstmöglichen Flächeninhalt gefunden, das mit 16 Zaunteilen möglich ist.		
Mila hat das einzige Gehege gefunden, dass mit 16 Zaunteilen möglich ist.		
Das Gehege mit dem größtmöglichen Flächeninhalt hat die Form eines Quadrats.		

Ergänzende Hinweise

Ein enaktives Vorgehen, zum Beispiel das Legen des Umfangs mit Streichhölzchen und das Auslegen von Flächen mit Plättchen, erleichtert den Schülerinnen und Schülern gerade in der Phase des Erkundens das Erkennen der Zusammenhänge von Flächeninhalt und Umfang. Das saubere und exakte Zeichnen steht hier nicht im Vordergrund.

Quellen

Franke, M., Reinhold, S.: Didaktik der Geometrie in der Grundschule. 2016

Sofern nicht anders gekennzeichnet, liegt das Copyright beim IQB e. V., Lizenz: Creative Commons (CC BY). Volltext unter: https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/legalcode.de