Entwicklung der Bildungsstandards für die Allgemeine Hochschulreife in den Naturwissenschaften

Lernaufgabe für das Fach Physik

Kurzbeschreibung

Bestimmung der Elementarladung

Diese Aufgabe wurde von Fachexpertinnen und Fachexperten der Länder, überwiegend Lehrkräften, entwickelt. Die Aufgabenentwicklergruppe wurde von Wissenschaftlerinnen und Wissenschaftlern der Fachdidaktik der Physik beraten. Das Institut zur Qualitätsentwicklung im Bildungswesen hat den Prozess koordiniert.

Anforderungsniveau	grundlegend ☒	erhöht ☐
Kompetenzbereiche und relevante Standards	**Sachkompetenz** Die Lernenden … S7 wenden bekannte mathematische Verfahren auf physikalische Sachverhalte an. **Erkenntnisgewinnungskompetenz** Die Lernenden … E2 erläutern Gültigkeitsbereiche von Modellen und Theorien und beschreiben deren Aussage- und Vorhersagemöglichkeiten; E 3 beurteilen die Eignung von Untersuchungsverfahren zur Prüfung bestimmter Hypothesen; **E 4 modellieren Phänomene physikalisch, auch mithilfe mathematischer Darstellungen und digitaler Werkzeuge, wobei sie theoretische Überlegungen und experimentelle Erkenntnisse aufeinander beziehen;** **E 6 erklären mithilfe bekannter Modelle und Theorien die in erhobenen oder recherchierten Daten gefundenen Strukturen und Beziehungen;** E 7 berücksichtigen Messunsicherheiten und analysieren die Konsequenzen für die Interpretation des Ergebnisses;	

	E 11 reflektieren Möglichkeiten und Grenzen des konkreten Erkenntnisgewinnungsprozesses sowie der gewonnenen Erkenntnisse (z.B. Reproduzierbarkeit, Falsifizierbarkeit, Intersubjektivität, logische Konsistenz, Vorläufigkeit). **Kommunikationskompetenz** Die Lernenden … K 1 recherchieren zu physikalischen Sachverhalten zielgerichtet in analogen und digitalen Medien und wählen für ihre Zwecke passende Quellen aus; K 6 veranschaulichen Informationen und Daten in ziel-, sach- und adressatengerechten Darstellungsformen, auch mithilfe digitaler Werkzeuge; K 8 nutzen ihr Wissen über aus physikalischer Sicht gültige Argumentationsketten zur Beurteilung vorgegebener und zur Entwicklung eigener innerfachlicher Argumentationen.
Basiskonzept	Zufall und Determiniertheit
Inhaltsbereich	Elektrische und magnetische Felder
konkrete Inhalte	♦ Bewegung in homogenen Querfeldern (qualitativ) ♦ Kräfte auf geladene Teilchen in elektrischen Feldern und Gravitationsfeldern (quantitativ) ♦ Millikan-Versuch
Materialien	M 1: Hilfe zum Thema Betastrahlung M 2.1: mögliche Hilfe (zum Nachvollziehen der benötigten Umformungen) M 2.2: mögliche Hilfe (zum Verständnis des Ansatzes) M 3.1: Liste von Messergebnissen in 32 Versuchen M 3.2: Hilfe für den Fall, dass die Berechnung der Ladung Schwierigkeiten macht
Bearbeitungszeit	90 Minuten Erarbeitung + 45 Minuten reflektierendes Unterrichtsgespräch über die Lernprodukte, inkl. Schülerpräsentationen
Hilfsmittel	Taschenrechner, CAS, Tabellenkalkulation, Formelsammlung, ggf. App Geogebra
Differenzierungsmöglichkeit	Hilfekarten zum Weiterdenken: Millikans Experiment mit Öl
experimenteller Anteil	ja ☒ nein ☐

Lernvoraussetzungen	♦ Bewegung von Ladungen in Feldern ♦ Kräftegleichgewicht ♦ Wirkung der Strahlung radioaktiver Stoffe

1 Hinweise zur Durchführung

In dieser Lernaufgabe begegnen die Lernenden erstmalig dem Millikan-Versuch. Es wird eine vereinfachte Version des Originalexperiments zugrunde gelegt, wie sie in Grehn, J., Harbeck, G. & Wessels, P. (1974). PSSC Physik (2. Aufl.). Braunschweig: Friedr. Vieweg + Sohn. beschrieben wird. Wesentliche Änderung zum Originalexperiment von Millikan ist die Verwendung von Plastik-Kügelchen statt Öltröpfchen. Deren identische Radien vereinfachen die erforderlichen Berechnungen wesentlich.

Da dieses Experiment nicht handelsüblich ist, wird mit Daten gearbeitet, die in einer Simulation gewonnen wurden.

Die Simulation (siehe Material) kann von den Lernenden selbst durchgeführt werden.

Es wird angeregt, das Originalexperiment von Millikan mit Öltröpfchen zu Demonstrationszwecken in den Unterricht zu integrieren, sofern die Physiksammlung dies erlaubt.

Der Zielsetzung dieser Aufgabe ist die Illustration von Standards aus dem Bereich Erkenntnisgewinnungskompetenz der Bildungsstandards.

2 Aufgabenstellung

ROBERT MILLIKAN erhielt 1923 den Nobelpreis für die ersten präzisen Messungen der Elementarladung, die er 1909 an winzigen Öltröpfchen durchführte. Mit heutigen Mitteln könnte er so vorgehen:

Sehr kleine Kügelchen aus Plastik werden zwischen zwei horizontal stehende Metallplatten geblasen. Dabei passieren sie eine radioaktive Quelle, die Betastrahlung (Elektronen) aussendet. Beim Passieren der Strahlungsquelle können einige der Kügelchen geladen werden. Im Bereich zwischen den Metallplatten beobachtet man die Kügelchen durch ein Mikroskop. Man erkennt dabei, dass sie langsam nach unten sinken. Aufgrund der Reibung in der Luft fliegen sie in waagerechter Richtung so langsam, dass man diese Bewegung vereinfachend vernachlässigen darf. Die Spannung wird so angelegt, dass der Pluspol oben liegt. Ein geladenes Kügelchen wird ausgesucht, für das sich die Spannung so einstellen lässt, dass es schwebt. Der Versuch wird mit einem jeweils neuen Kügelchen häufig wiederholt und die jeweils eingestellte Spannung dazu notiert.

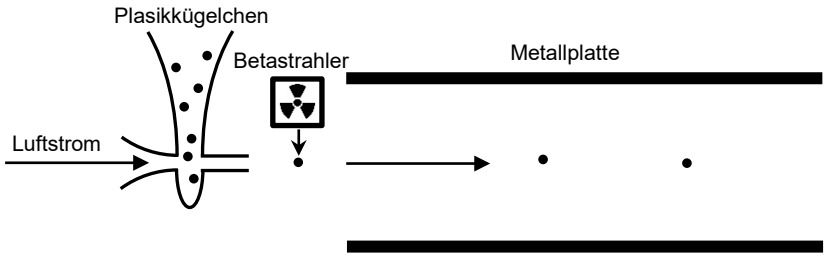

Abbildung 1: Schematische Zeichnung des gesamten Versuchsaufbaus, IQB

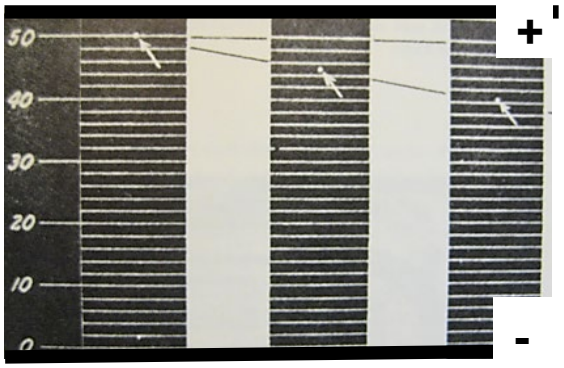

Abbildung 2: Serie von Fotos durch das Mikroskop. Die am linken Bildrand abgebildete Skala ist insgesamt etwa 1mm hoch, die aufeinander folgenden Fotos haben einen zeitlichen Abstand von 1s.

Mit + bzw. – sind die elektrischen Polungen an den horizontalen Metallplatten markiert.

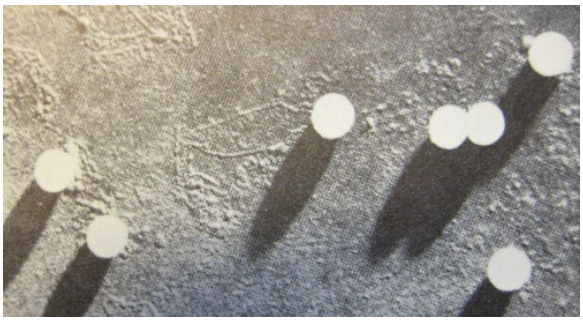

Abbildung 3: Plastik-Kügelchen, aufgenommen unter einem Mikroskop. Die Vergrößerung liegt in der Nähe von 3000. Die Kügelchen haben einen Radius von etwa 1 µm.

Quelle Abb. 2 und Abb. 3: Grehn, Harbeck & Wessels, 1975, S. 421

Teilaufgabe 1

Formulieren Sie eine Vermutung zum Verhalten der Plastik-Kügelchen, wenn zwischen oberer und unterer Metallplatte eine feste Spannung angelegt wird.

Teilaufgabe 2

(Dieser Aufgabenteil wird erst ausgegeben, wenn die Vermutung formuliert ist)

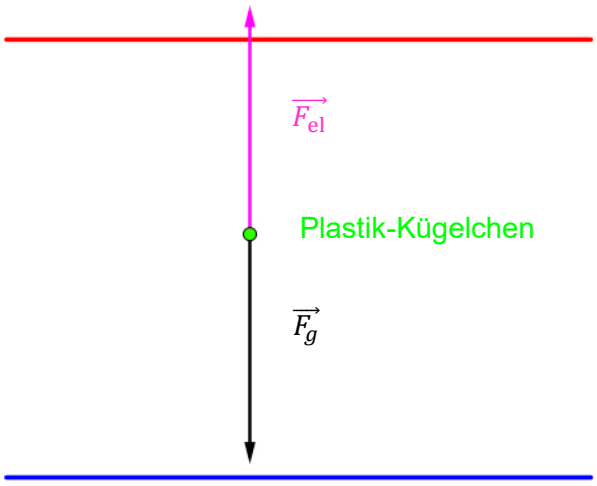

Abbildung 4: Schemazeichnung der Kräfte auf ein Plastik-Kügelchen zwischen den Metallplatten, in Anlehnung an Remberg

In Abbildung 4 sieht man eine stark vereinfachte Schemazeichnung des Versuchs. Dabei beträgt der Abstand der beiden Platten d = 1mm. Die Kügelchen sind aus Plastik und haben einen Radius von r = 1,0·10^{-5} dm. Plastik hat eine Dichte von $\rho \approx$ 2,3 kg/dm³.

Hinweis: Eine Veranschaulichung der Bewegung der Kügelchen findet man an vielen Stellen im Internet als Simulation oder Video. Die hier verwendete Modellierung steht bei https://www.geogebra.org/m/pew7fD8K#material/uWRNHYTV zur Verfügung.

2.1 Berechnen Sie die Masse und die Ladung eines Plastik-Kügelchens, das schwebt, wenn man die Spannung U = 115 V eingestellt hat.

Das Experiment wurde 32 Mal durchgeführt und die jeweils eingestellte Spannung notiert. Die Ergebnisse finden Sie in Material 3.1 tabellarisch dargestellt und zum Download bei den Materialien.

2.2 Werten Sie diese Daten mit Blick auf die Bestimmung der Elementarladung aus. Sie können hierzu digitale Hilfsmittel verwenden (Taschenrechner, Smartphone/Tablet, Computer).

2.3 Recherchieren Sie Millikans Interpretation seines Experimentes und vergleichen Sie diese mit Ihrer Auswertung.

2.4 Vergleichen Sie die Ergebnisse des Experiments mit dem heute gültigen Wert und gehen Sie dabei auf den Einfluss von Messunsicherheiten ein.

2.5 Nehmen Sie Stellung zu den folgenden Behauptungen:

- Die Elementarladung beträgt in Wirklichkeit etwa $3{,}204 \cdot 10^{-19}$ C.
- Die kleinste mögliche Ladung beträgt ein Drittel des von Millikan ermittelten Wertes.
- Aufgrund des Millikan-Experimentes kann man die Hypothese, dass es überhaupt eine Elementarladung gibt, nicht zweifelsfrei überprüfen.
- Der Millikan-Versuch zeigt, dass es in der Natur grundsätzlich nur ganzzahlige Vielfache der Elementarladung gibt.

Teilaufgabe 3 (weitergedacht)

Im Originalexperiment standen MILLIKAN statt der Plastik-Kügelchen nur Öltröpfchen zur Verfügung, die aus einem Sprayer zwischen Platten gesprüht wurden. Die Problematik dabei war, dass diese Öltröpfchen nicht alle denselben Radius besaßen

3.1 Erörtern Sie, welche Konsequenz sich daraus für den Versuchsablauf ergibt.

3.2 Zur Auswertung solcher Daten werden in der Wissenschaft bevorzugt Histogramme verwendet. Informieren Sie sich über diese Darstellungsform, stellen Sie die Daten in einem Histogramm dar und interpretieren Sie Ihr Ergebnis.

3 Material für Lernende

Material 1

Hilfe zum Thema Betastrahlung

Recherchieren Sie die Eigenschaften eines Betastrahlers im Schulbuch oder Internet. Beschreiben Sie mögliche Wirkungen von Betastrahlung auf ein vorbeifliegendes Plastik-Kügelchen und auf Moleküle der umgebenden Luft.

Erweiternde Überlegungen:

Diskutieren Sie das Verhalten der Plastik-Kügelchen, wenn

- die angelegte Spannung variiert wird;
- die angelegte Spannung umgepolt wird;
- die Stärke des Luftstroms variiert wird.
- die Kügelchen unterschiedliche Ladung tragen

Material 2.1

Mögliche Hilfe zum Nachvollziehen der benötigten Umformungen

Vollziehen Sie die folgende Bearbeitung nach.

Formulieren Sie zu jeder Zeile eine Begründung.

(1) $F_g = F_{el}$

(2) $m \cdot g = q \cdot \frac{U}{d}$

(3) $q = \frac{m \cdot g \cdot d}{U}$

(4) $m = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \cdot \rho$

Hinweis: Bedeutung der benutzten Symbole

m: Masse des Kügelchens, g: Fallbeschleunigung, q: Ladung eines Kügelchens, d: Abstand der Kondensator-Platten, U: elektrische Spannung zwischen den Platten, r: Radius eines Kügelchens, ρ: Dichte von Plastik

Material 2.2

Mögliche Hilfe zum Verständnis des Ansatzes

Die Skizze hilft zu verdeutlichen, dass die Situation durch ein Kräftegleichgewicht beschrieben werden kann.

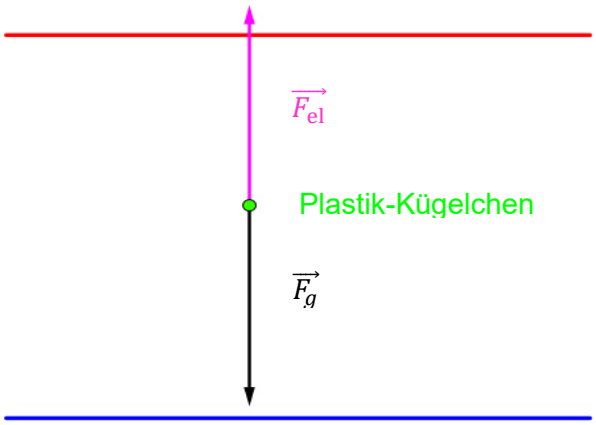

Abbildung 5: Schemazeichnung der Kräfte auf ein Plastik-Kügelchen zwischen den Metallplatten, in Anlehnung an Remberg

Für die Beträge der beiden Kräfte gelten die Gleichungen

$$F_g = m \cdot g \quad \text{und} \quad F_{el} = q \cdot \frac{U}{d}.$$

- Zur Berechnung der Masse benötigt man die Gleichung $m = \rho \cdot V = \rho \cdot (\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3)$, denn es handelt sich um Kugeln.

- Setzt man die Angaben aus der Aufgabenstellung ein, so erhält man

$$m = 2{,}3\frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot (1 \cdot 10^{-5} dm)^3 \approx 9{,}63 \cdot 10^{-15}\text{kg}.$$

- Aus dem Ansatz $F_g = F_{el}$ erhält man durch Umformung

$$q = \frac{m \cdot g \cdot d}{U} \approx 8{,}22 \cdot 10^{-19}\text{C}.$$

Hinweis: Das Ergebnis lässt sich in guter Näherung als $q \approx 5 \cdot e$ interpretieren.

Weiterführendes Material

Im Originalexperiment standen MILLIKAN statt der Plastik-Kügelchen nur Öltröpfchen zur Verfügung, die aus einem Sprayer zwischen Platten gesprüht wurden. Die Problematik dabei war, dass diese Öltröpfchen nicht alle denselben Radius besaßen. Erörtern Sie, welche Konsequenz sich daraus für den Versuchsablauf ergibt.

Material 3.1

Liste von Messergebnissen in 32 Versuchen

Angegeben ist jeweils die Spannung in V, bei der ein ausgewähltes Kügelchen schwebte

598; 197; 119; 197; 592; 197; 119; 197; 119; 197; 119; 197; 115; 197; 119; 195; 589; 197; 590; 199; 589; 197; 119; 197; 118; 293; 590; 148; 589; 147; 590; 299

Material 3.2

Hilfe für den Fall, dass die Berechnung der Ladung Schwierigkeiten macht

In der folgenden Tabelle sind die zu jeder gemessenen Spannung gehörenden Ladungen berechnet worden. Die Notation 1,58E-19 bedeutet $1{,}58 \cdot 10^{-19}$

U in V	q in C
598	1,58E-19
197	4,80E-19
119	7,94E-19
197	4,80E-19
592	1,60E-19
197	4,80E-19
119	7,94E-19
197	4,80E-19
119	7,94E-19
197	4,80E-19
119	7,94E-19
197	4,80E-19
115	8,21E-19
197	4,80E-19
119	7,94E-19
195	4,84E-19
589	1,60E-19
197	4,80E-19
590	1,60E-19
199	4,75E-19
589	1,60E-19
197	4,80E-19
119	7,94E-19
197	4,80E-19
118	8,01E-19
293	3,22E-19

590	1,60E-19
148	6,38E-19
589	1,60E-19
147	6,43E-19
590	1,60E-19
299	3,16E-19

4 Lösungshinweise und Bezug zu den Standards

Es werden folgende Abkürzungen verwandt:

- S 1 – 7 Standards der Sachkompetenz (erste Spalte)
- E 1 – 11 Standards der Erkenntnisgewinnungskompetenz (zweite Spalte),
- K 1 – 10 Standards der Kommunikationskompetenz (dritte Spalte),
- B 1 – 8 Standards der Bewertungskompetenz (vierte Spalte).

Aufgabenteil 1

1	*Formulieren Sie eine Vermutung zum Verhalten der Plastik-Kügelchen, wenn zwischen oberer und unterer Metallplatte eine feste Spannung angelegt wird.*		E 2		

Die Vermutung stellt einen Bezug her zu Eigenschaften des Betastrahlers als Elektronenquelle (könnte Kügelchen negativ laden) und ionisierendem Strahler (lädt Kügelchen in Folge der Ionisation positiv) sowie einen Bezug zur Bewegung von Ladungen in elektrischen Feldern und Gravitationsfeldern.

Mögliche Hilfen: Recherchieren Sie die Eigenschaften eines Betastrahlers im Schulbuch oder Internet. Beschreiben Sie mögliche Wirkungen des Betastrahlers auf ein vorbeifliegendes Plastik-Kügelchen.

Erweiternde Überlegungen: Diskutieren Sie das Verhalten der Plastik-Kügelchen, wenn

- die angelegte Spannung variiert wird;
- die angelegte Spannung umgepolt wird;
- die Stärke des Luftstroms variiert wird;
- die Plastik-Kügelchen unterschiedlich stark geladen sind.

Aufgabenteil 2

2.1	Berechnen Sie die Masse und die Ladung eines Plastik-Kügelchens, das schwebt, wenn man die Spannung U = 115 V eingestellt hat.	S 7			

Die Berechnung wird in Material 2 durchgeführt. Für die Masse ergibt sich $m \approx 9{,}6 \cdot 10^{-15}$ kg.

Hilfe: Die Rechnung wird im Material 2 vorgegeben und soll (insbesondere mithilfe des Basiskonzeptes Erhaltung und Gleichgewicht) analysiert werden.

2.2	Werten Sie diese Daten mit Blick auf die Bestimmung der Elementarladung aus. Sie können hierzu digitale Hilfsmittel verwenden (Taschenrechner, Smartphone/Tablet, Computer).	S 7	E 4	K 6	

Hilfe: Wenn Sie Schwierigkeiten haben, die Ladungswerte zu berechnen, können Sie auch die Datei Material_3_2 herunterladen, in der die bereits berechneten Ladungen zur Verfügung gestellt werden.

Wenn Sie Schwierigkeiten mit der selbstständigen Datenauswertung haben, lesen Sie zuerst Millikans Interpretation und werten die Daten analog zu seiner Verfahrensweise aus.

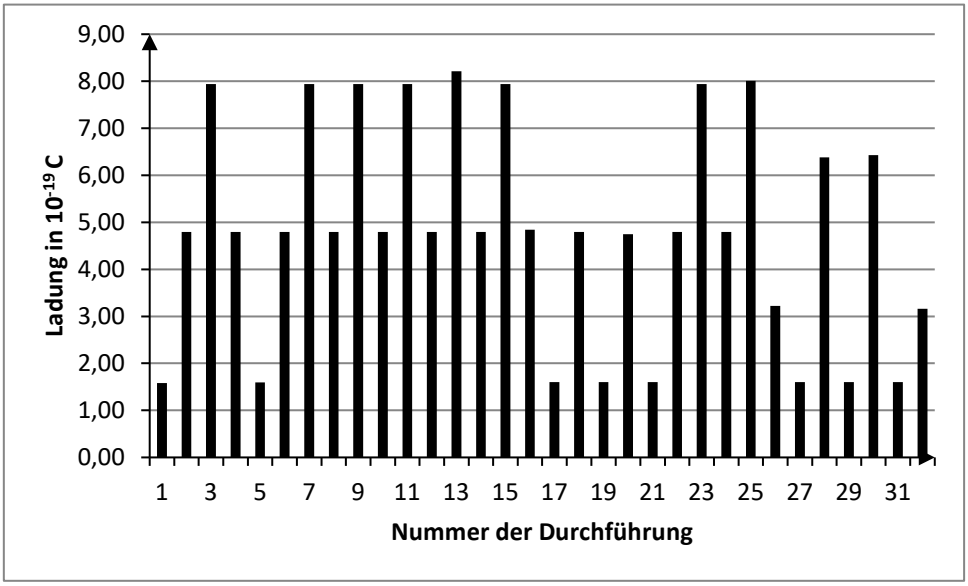

Abbildung 5: Säulendiagramm der Folge verschiedener Messergebnisse, IQB

Die Daten zeigen in einem Säulendiagramm, dass es, abgesehen von mutmaßlichen Messunsicherheiten, nur diskrete Werte der berechneten Ladung gibt, die alle ganzzahlige Vielfache eines kleinsten Wertes sind. Millikan hat aufgrund seiner Daten die Ladung der Öltröpfchen als Vielfache einer Elementarladung gedeutet. Obige Daten lassen diese Schlussfolgerung ebenfalls zu.

2.3	Recherchieren Sie Millikans Interpretation seines Experimentes und vergleichen Sie diese mit Ihrer Auswertung.		E 11	K 1	

Millikan schloss auf die Existenz einer kleinsten Ladung und zeigte, dass alle gemessenen Ladungen Vielfache dieses kleinsten Wertes sind. Die selbst erhaltenen Werte kann man entsprechend deuten.

2.4	Vergleichen Sie die Ergebnisse des Experiments mit dem heute gültigen Wert und gehen Sie dabei auf den Einfluss von Messunsicherheiten ein.	S 7	E 7, 11		

Die obigen Messwerte legen eine Elementarladung von etwa $e \approx 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ C nahe. Sie unterliegen Schwankungen, die aber eine eindeutige Schlussfolgerung von gequantelter Elementarladung zulassen.

2. 5	Nehmen Sie Stellung zu den folgenden Behauptungen: - *Die Elementarladung beträgt in Wirklichkeit etwa* $3{,}204 \cdot 10^{-19}$ *C.* - *Die kleinste mögliche Ladung beträgt ein Drittel des von Millikan ermittelten Wertes.* - *Aufgrund des Millikan-Experimentes kann man die Hypothese, dass es überhaupt eine Elementarladung gibt, nicht zweifelsfrei überprüfen.* - *Der Millikan-Versuch zeigt, dass es in der Natur grundsätzlich nur ganzzahlige Vielfache der Elementarladung gibt.*		E6 E3 E3 E6		

- Die Messergebnisse zeigen, dass mit etwa $1{,}60 \cdot 10^{-19}$ C auch ein kleinerer Wert auftritt. Die Elementarladung kann also nicht $3{,}204 \cdot 10^{-19}$ C betragen.
- Diese Aussage lässt sich so aus der Messung nicht beurteilen. Zwar treten keine kleineren Werte als die Elementarladung auf, ihr mögliches Vorhandensein kann aber mit dieser Messung nicht ausgeschlossen werden.
- Kein Experiment kann zweifelsfrei etwas beweisen. Hier wird aber plausibel und empirisch hinreichend abgesichert dargelegt, dass Ladungen nur in diskreten Vielfachen einer Elementarladung auftreten.
- Der Versuch zeigt, dass in der gewählten Anordnung nur ganzzahlige Vielfache der Elementarladung auftreten, was durch die Wahl der idealisierten Bedingungen als Hinweis auf eine zulässige Generalisierung gewertet werden kann. Einen eindeutigen Beweis kann ein Experiment nicht erbringen.

3.1	Erörtern Sie, welche Konsequenz sich daraus für den Versuchsablauf ergibt.			K 8	

Aufgrund der unterschiedlichen Größe haben die Öltröpfchen auch eine unterschiedliche Masse, was in den Rechnungen berücksichtigt werden müsste. Der Radius kann nicht einfach eingesetzt werden und man müsste ggf. die Messmethode ändern (aus der Sinkgeschwindigkeit auf den Radius schließen).
An der generellen Aussage des Versuchs ändert sich jedoch nichts: Jedes Tröpfchen, gleich welchen Radius, kann nur ganzzahlige Vielfache der Elementarladung tragen.

3.2	Informieren Sie sich über diese Darstellungsform, stellen Sie die Daten in einem Histogramm dar und interpretieren Sie Ihr Ergebnis.		E 4	K 6	

Ein Histogramm gibt die Häufigkeitsverteilung von Merkmalen an. In dem hier vorliegenden Fall ist es sinnvoll, die Häufigkeit des Auftretens der unterschiedlichen Ladungen aufzuzeichnen.

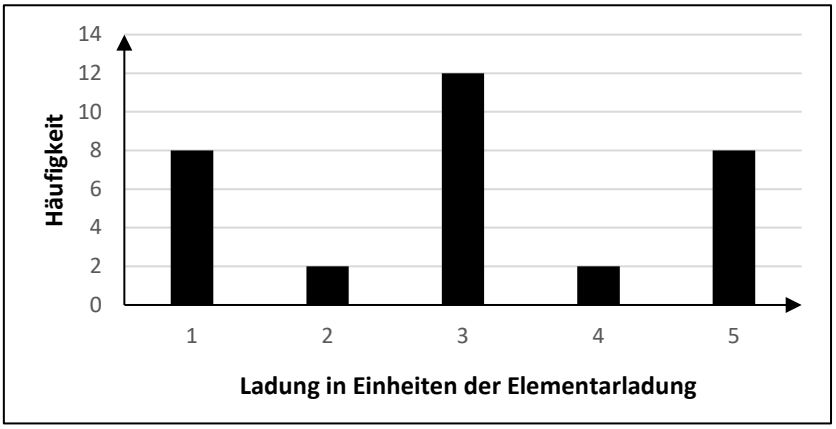

Abbildung 6: Histogramm zu den Messdaten, IQB

Die Darstellung zeigt, dass im hier durchgeführten Experiment vermehrt Ladungen von 1 *e*, 3 *e* und 5 *e* auftraten.

5 Quellenangaben

- Aufgabenstellung, Abbildung 2 und 3:
  Grehn, J., Harbeck, G. & Wessels, P. (1974). *PSSC Physik*. Braunschweig: Friedr. Vieweg + Sohn. S. 421; Abb. 24.12 und 24.13.

- Teilaufgabe 2, Abbildung 4; Material 2.2, Abbildung 5; Informationen zu Millikans Versuch:
  In Anlehnung an Remberg, T. *Millikans Versuch*. GeoGebra. Verfügbar unter: https://www.geogebra.org/m/pew7fD8K#material/uWRNHYTV (Zugriff am 13.08.2019)

- Alle weiteren Materialien und Abbildungen wurden im Auftrag des IQB erstellt.