

Gemeinsame Abituraufgabenpools der Länder

Aufgabensammlung

Aufgabe für das Fach Mathematik

Kurzbeschreibung

Anforderungsniveau	Prüfungsteil	Sachgebiet	digitales Hilfsmittel
grundlegend	B	Stochastik	CAS

1 Aufgabe

Ein Pharmakonzern entwickelt ein Medikament zur Behandlung der Krankheit K. Für die Zusammensetzung des Medikaments kommen zwölf Wirkstoffe infrage. Mit einer Vielzahl möglicher Wirkstoffkombinationen werden Tests durchgeführt.

- a** Bestimmen Sie die Anzahl der möglichen Wirkstoffkombinationen, die genau sieben der infrage kommenden Wirkstoffe enthalten. 2
- b** Bestimmen Sie die Anzahl der möglichen Wirkstoffkombinationen, die mindestens sieben der infrage kommenden Wirkstoffe enthalten. 2

Nach Abschluss der Entwicklung bringt der Pharmakonzern das neue Medikament auf den Markt. Einer Studie zufolge beträgt die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine zufällig ausgewählte an K erkrankte Person durch das Medikament geheilt wird, 80 %.

- c** Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass von 100 zufällig ausgewählten an K erkrankten Personen mindestens 80 durch das Medikament geheilt werden. 2
- d** Die Behandlung mit dem Medikament kann zu Nebenwirkungen führen. Im Rahmen einer Untersuchung zur Dauer der Nebenwirkungen wurden Personen, die mit dem Medikament behandelt wurden, dazu befragt, wie lange Nebenwirkungen nach Beendigung der Behandlung andauerten. Die folgende Tabelle fasst das Ergebnis der Befragung zusammen: 2

Dauer in Monaten	0	1	2	3	4
Anteil der Personen in %	5	15	45	30	5

BE

Eine der befragten Personen wird zufällig ausgewählt; die Zufallsgröße X gibt die zugehörige Dauer der Nebenwirkungen in Monaten an. Berechnen Sie den Erwartungswert von X und beschreiben Sie dessen Bedeutung im Sachzusammenhang.

Im Folgenden soll davon ausgegangen werden, dass in einem Land 0,2 % der Bevölkerung an K erkrankt sind.

- e** Ermitteln Sie für dieses Land, wie groß die Anzahl zufällig ausgewählter Personen mindestens sein muss, damit die Wahrscheinlichkeit dafür, dass davon mindestens eine Person an K erkrankt ist, mindestens 90 % beträgt.

4

Zur Erkennung der Krankheit K kann ein Test durchgeführt werden. Ist eine Person an K erkrankt, so ist das Testergebnis mit einer Wahrscheinlichkeit von 98 % positiv. Ist eine Person nicht an K erkrankt, so beträgt die Wahrscheinlichkeit dafür, dass das Testergebnis irrtümlich positiv ist, 1 %.

- f** Erstellen Sie zum beschriebenen Test für das betrachtete Land eine vollständig ausgefüllte Vierfeldertafel.

4

- g** Für eine zufällig ausgewählte Person aus dem betrachteten Land ist das Testergebnis positiv. Zeigen Sie, dass die Wahrscheinlichkeit dafür, dass diese Person tatsächlich erkrankt ist, etwa 16,4 % beträgt. Begründen Sie, dass es bei einem positiven Testergebnis sinnvoll ist, nicht sofort mit einer Behandlung zu beginnen.

4

20

2 Erwartungshorizont

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe dar, in welchem Umfang und in welcher Form eine Lösung erwartet wird; nicht alle Lösungen sind dazu vollständig ausgeführt. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

	BE
a $\binom{12}{7} = 792$	2
b $\sum_{i=7}^{12} \binom{12}{i} = 1586$	2
c W : Anzahl der geheilten Personen $P_{0,8}^{100}(W \geq 80) \approx 55,9\%$	2
d $E(X) = 0,15 \cdot 1 + 0,45 \cdot 2 + 0,3 \cdot 3 + 0,05 \cdot 4 = 2,15$ Der Befragung zufolge müssen Personen, die mit dem Medikament behandelt werden, damit rechnen, dass nach Beendigung der Behandlung für eine Dauer von im Mittel etwa zwei Monaten Nebenwirkungen auftreten.	2

e	Ist n die Anzahl zufällig ausgewählter Personen, so gilt: $1 - 0,998^n \geq 0,9 \Leftrightarrow n \geq 1151$	4																
f	K: „Die Person ist an K erkrankt.“ T: „Das Testergebnis ist positiv.“ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th></th> <th>K</th> <th>\bar{K}</th> <th></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <th>T</th> <td>0,00196</td> <td>0,00998</td> <td>0,01194</td> </tr> <tr> <th>\bar{T}</th> <td>0,00004</td> <td>0,98802</td> <td>0,98806</td> </tr> <tr> <th></th> <td>0,002</td> <td>0,998</td> <td>1</td> </tr> </tbody> </table>		K	\bar{K}		T	0,00196	0,00998	0,01194	\bar{T}	0,00004	0,98802	0,98806		0,002	0,998	1	4
	K	\bar{K}																
T	0,00196	0,00998	0,01194															
\bar{T}	0,00004	0,98802	0,98806															
	0,002	0,998	1															
g	$\frac{0,00196}{0,01194} \approx 16,4\%$ Selbst bei einem positiven Testergebnis ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Erkrankung vorliegt, verhältnismäßig gering.	4																
		20																

3 Standardbezug

Teilaufg.	BE	Leitideen					allgemeine mathematische Kompetenzen ¹						Anforderungsbereich		
		L1	L2	L3	L4	L5	K1	K2	K3	K4	K5	K6	I	II	III
a	2					X			I		I		X		
b	2					X			II		I			X	
c	2				X	X			II		I			X	
d	2		X		X	X			II	II		II		X	
e	4					X		III	II		II				X
f	4					X			I	I		I	X		
g	4					X	II				I	II		X	

4 Bewertungshinweise

Die Bewertung der erbrachten Prüfungsleistungen hat sich für jede Teilaufgabe nach der am rechten Rand der Aufgabenstellung angegebenen Anzahl maximal erreichbarer Bewertungseinheiten (BE) zu richten.

Für die Bewertung der Gesamtleistung eines Prüflings ist passend zur Konzeption der Aufgaben der Aufgabensammlung und des Abituraufgabenpools ein Bewertungsschlüssel² vorgesehen, der angibt, wie die in den Prüfungsteilen A und B insgesamt erreichten Bewertungseinheiten in Notenpunkte umgesetzt werden.

¹ Für jede Kompetenz, die bei der Bearbeitung der Teilaufgabe eine wesentliche Rolle spielt, ist der Anforderungsbereich (I, II oder III) eingetragen, in dem die Kompetenz benötigt wird.

² Der Bewertungsschlüssel ist Teil des Dokuments „Beschreibung der Struktur“, das auf den Internetseiten des IQB zum Download bereitsteht.