

Gemeinsame Abituraufgabenpools der Länder

Beispielaufgaben

Aufgabe für das Fach Mathematik

Kurzbeschreibung

| Anforderungsniveau | Prüfungsteil | Sachgebiet ¹ | Aufgabengruppe |
|--------------------|--------------|-------------------------|----------------|
| grundlegend | A | AG/LA (A1) | 1 |

1 Aufgabe

Gegeben sind die Übergangsmatrix $A = \begin{pmatrix} 0 & 20 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{10} & 0 & 0 \end{pmatrix}$ und der

Zustandsvektor $\vec{v}_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$. Die Vektoren der folgenden Zustände ergeben sich aus

$$\vec{v}_{i+1} = A \cdot \vec{v}_i \text{ mit } i \in \mathbb{N}.$$

a Berechnen Sie \vec{v}_2 .

b Untersuchen Sie, ob es einen Zustandsvektor $\vec{w} = \begin{pmatrix} x \\ 1 \\ z \end{pmatrix}$ mit $x, z \in \mathbb{R}$ gibt, sodass

$$\vec{w} = A \cdot \vec{w} \text{ gilt.}$$

BE

2

3

5

¹ verwendete Abkürzungen: AG/LA - Analytische Geometrie/Lineare Algebra, AG/LA (A1) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A1), AG/LA (A2) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A2)

2 Erwartungshorizont

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe dar, in welchem Umfang und in welcher Form eine Lösung erwartet wird; nicht alle Lösungen sind dazu vollständig ausgeführt. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

| | BE |
|--|-----------|
| a $\vec{v}_1 = A \cdot \vec{v}_0 = \begin{pmatrix} 40 \\ \frac{3}{2} \\ \frac{1}{10} \end{pmatrix}, \quad \vec{v}_2 = A \cdot \vec{v}_1 = \begin{pmatrix} 30 \\ \frac{1}{20} \\ 4 \end{pmatrix}$ | 2 |
| b $A \cdot \begin{pmatrix} x \\ 1 \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 20 \\ \frac{1}{2}z \\ \frac{1}{10}x \end{pmatrix}$ <p>Die Bedingung $\vec{w} = A \cdot \vec{w}$ liefert das Gleichungssystem:</p> <p style="margin-left: 40px;">I $x = 20$ II $1 = \frac{1}{2}z$ III $z = \frac{1}{10}x$</p> <p>Da $x = 20$ und $z = 2$ die Gleichungen I, II und III erfüllen, ist $\vec{w} = \begin{pmatrix} 20 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ ein solcher Zustandsvektor.</p> | 3 |
| | 5 |

3 Standardbezug

| Teilaufgabe | BE | allgemeine mathematische Kompetenzen ² | | | | | |
|-------------|----|---|----|----|----|----|----|
| | | K1 | K2 | K3 | K4 | K5 | K6 |
| a | 2 | | | | | I | |
| b | 3 | II | II | | | II | |

4 Bewertungshinweise

Die Bewertung der erbrachten Prüfungsleistungen hat sich für jede Teilaufgabe nach der am rechten Rand der Aufgabenstellung angegebenen Anzahl maximal erreichbarer Bewertungseinheiten (BE) zu richten.

Für die Bewertung der Gesamtleistung eines Prüflings ist ein Bewertungsraster³ vorgesehen, das angibt, wie die in den Prüfungsteilen A und B insgesamt erreichten Bewertungseinheiten in Notenpunkte umgesetzt werden.

² Für jede Kompetenz, die bei der Bearbeitung der Teilaufgabe eine wesentliche Rolle spielt, ist der Anforderungsbereich (I, II oder III) eingetragen, in dem die Kompetenz benötigt wird.

³ Das Bewertungsraster ist Teil des Dokuments „Beschreibung der Struktur“, das auf den Internetseiten des IQB zum Download bereitsteht.