

Gemeinsame Abituraufgabenpools der Länder

Pool für das Jahr 2024

Aufgabe für das Fach Mathematik

Kurzbeschreibung

Anforderungsniveau	Prüfungsteil	Sachgebiet ¹	Aufgabengruppe
grundlegend	A	AG/LA (A1)	2

1 Aufgabe

Gegeben ist die Matrix $M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

a Begründen Sie, dass es mehr als einen Vektor \vec{a} gibt, für den $M \cdot \vec{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ gilt.

b Ermitteln Sie alle Vektoren \vec{b} mit $M \cdot \vec{b} = \vec{b}$.

BE

2

3

5

2 Erwartungshorizont

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe eine mögliche Lösung dar. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

¹ verwendete Abkürzungen: AG/LA - Analytische Geometrie/Lineare Algebra, AG/LA (A1) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A1), AG/LA (A2) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A2)

	BE
<p>a</p> <p>Das lineare Gleichungssystem $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ liefert $x = 0$ und $y = z$.</p> <p>Neben dem Nullvektor erfüllt beispielsweise $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ die geforderten Eigenschaften.</p>	2
<p>b</p> <p>$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ x + y - z \\ x \end{pmatrix}$</p> <p>Es gilt: $\begin{pmatrix} x \\ x + y - z \\ x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \Leftrightarrow x = z$</p> <p>Damit bilden die Vektoren $\vec{b} = \begin{pmatrix} s \\ t \\ s \end{pmatrix}$ mit $s, t \in \mathbb{R}$ die Lösungsmenge von $M \cdot \vec{b} = \vec{b}$.</p>	3
	5

3 Standardbezug

Teilaufgabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen					
		K1	K2	K3	K4	K5	K6
a	2	II	II			I	
b	3	III	III			I	

4 Bewertungshinweise

Die Bewertung der erbrachten Prüfungsleistungen hat sich für jede Teilaufgabe nach der am rechten Rand der Aufgabenstellung angegebenen Anzahl maximal erreichbarer Bewertungseinheiten (BE) zu richten.

Für die Bewertung der Gesamtleistung eines Prüflings ist ein Bewertungsraster² vorgesehen, das angibt, wie die in den Prüfungsteilen A und B insgesamt erreichten Bewertungseinheiten in Notenpunkte umgesetzt werden.

² Das Bewertungsraster ist Teil des Dokuments „Beschreibung der Struktur“, das auf den Internetseiten des IQB zum Download bereitsteht.