

Gemeinsame Abituraufgabenpools der Länder

# Pool für das Jahr 2023

## Aufgaben für das Fach Mathematik

### Kurzbeschreibung

Anforderungsniveau	Prüfungsteil	Sachgebiet <sup>1</sup>	digitales Hilfsmittel
grundlegend	B	Stochastik	WTR

### 1 Aufgabe

**1** Ein Hersteller von Röstkaffee präsentiert auf einer Messe Kaffee in fünf unterschiedlichen Röstgraden.

**a** Der Hersteller bietet jedem Messebesucher an, Kaffee mit drei verschiedenen Röstgraden zu probieren und die Reihenfolge dafür festzulegen. Bestimmen Sie die Anzahl der Möglichkeiten, die jeder Besucher dabei hat.

**b** Für die Messe wurden 200 Probepackungen vorbereitet; 10 dieser Probepackungen wurde jeweils ein Gutschein beigelegt. An 180 Besucher wird jeweils eine zufällig ausgewählte Probepackung verschenkt. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass sich unter den verschenkten Packungen alle Packungen mit einem Gutschein befinden.

**2** Ein Großhändler bietet Rohkaffee in Säcken zu jeweils 60 kg an. 96 % aller Säcke entsprechen den Qualitätsanforderungen.

Ein Kunde möchte die Qualität des Kaffees prüfen, bevor er mit dem Großhändler einen Vertrag abschließt. In einem ersten Schritt sollen 50 zufällig ausgewählte Säcke daraufhin untersucht werden, ob sie den Qualitätsanforderungen entsprechen. Wenn dies bei höchstens zwei Säcken nicht der Fall ist, dann wird der Vertrag abgeschlossen. Wenn genau drei Säcke nicht den Qualitätsanforderungen entsprechen, dann sollen in einem zweiten Schritt 25 zufällig ausgewählte Säcke daraufhin untersucht werden, ob sie den Qualitätsanforderungen entsprechen. Wenn von diesen 25

BE

2

3

<sup>1</sup> verwendete Abkürzungen: AG/LA - Analytische Geometrie/Lineare Algebra, AG/LA (A1) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A1), AG/LA (A2) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A2)

Säcken höchstens ein Sack nicht den Qualitätsanforderungen entspricht, dann wird der Vertrag abgeschlossen. Andernfalls kommt der Vertrag nicht zustande.

**a** Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der Vertrag abgeschlossen wird. 4

**b** Beurteilen Sie, ohne zu rechnen, ob es für den Großhändler von Vorteil sein könnte, wenn im möglichen zweiten Schritt – bei sonst gleichen Bedingungen – nur 15 Säcke untersucht werden würden. 2

Jeder Sack, der den Qualitätsanforderungen nicht entspricht, weist mindestens einen der beiden folgenden Mängel auf:

$M_1$ : „Der Kaffee weist zu viele Verunreinigungen auf.“

$M_2$ : „Der Sack enthält weniger als 60 kg Kaffee.“

Die beiden Mängel treten unabhängig voneinander auf. Ein Sack wird zufällig ausgewählt. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass dieser Sack den Mangel  $M_1$  aufweist, beträgt 1 %.

**c** Beschreiben Sie das Ereignis  $M_1 \cap \overline{M_2}$  im Sachzusammenhang. 2

**d** Weisen Sie nach, dass die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der ausgewählte Sack weniger als 60 kg Kaffee enthält, wobei der Kaffee nicht zu viele Verunreinigungen aufweist, 3 % beträgt. 3

**e** Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der ausgewählte Sack weniger als 60 kg Kaffee enthält. 4

20

## 2 Erwartungshorizont

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe eine mögliche Lösung dar. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

		BE
1	<b>a</b> $5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$	2
	<b>b</b> $\frac{\binom{190}{170}}{\binom{200}{180}} \approx 34\%$	3
2	<b>a</b> X: Anzahl der Säcke, die den Qualitätsanforderungen entsprechen $P_{0,96}^{50}(X \geq 48) + P_{0,96}^{50}(X = 47) \cdot P_{0,96}^{25}(X \geq 24) \approx 81\%$	4
	<b>b</b> Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass höchstens ein Sack nicht den Qualitätsanforderungen entspricht und der Vertrag damit abgeschlossen wird, ist bei 15 Säcken größer als bei 25. Damit könnte die kleinere Anzahl von Säcken im möglichen zweiten Schritt für den Großhändler vorteilhaft sein.	2
	<b>c</b> Der Sack enthält mindestens 60 kg Kaffee, der Kaffee weist aber zu viele Verunreinigungen auf.	2

d	$P(\overline{M_1} \cap M_2) = P(\overline{M_1}) - P(\overline{M_1} \cap \overline{M_2}) = 99\% - 96\% = 3\%$	3
e	$P(M_2) = P_{\overline{M_1}}(M_2) = \frac{P(\overline{M_1} \cap M_2)}{P(\overline{M_1})} = \frac{1}{33}$	4
		20

### 3 Standardbezug

Teilaufgabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen						Anforderungsbereich		
		K1	K2	K3	K4	K5	K6	I	II	III
1 a	2			I		I		X		
b	3			I		I	I	X		
2 a	4	II	II	II		I	II		X	
b	2	II		II			I		X	
c	2				I		I	X		
d	3		II	I		I			X	
e	4	II	III	II		I				X

### 4 Bewertungshinweise

Die Bewertung der erbrachten Prüfungsleistungen hat sich für jede Teilaufgabe nach der am rechten Rand der Aufgabenstellung angegebenen Anzahl maximal erreichbarer Bewertungseinheiten (BE) zu richten.

Für die Bewertung der Gesamtleistung eines Prüflings ist ein Bewertungsraster<sup>2</sup> vorgesehen, das angibt, wie die in den Prüfungsteilen A und B insgesamt erreichten Bewertungseinheiten in Notenpunkte umgesetzt werden.

<sup>2</sup> Das Bewertungsraster ist Teil des Dokuments „Beschreibung der Struktur“, das auf den Internetseiten des IQB zum Download bereitsteht.