

Gemeinsame Abituraufgabenpools der Länder

Pool für das Jahr 2023

Aufgaben für das Fach Mathematik

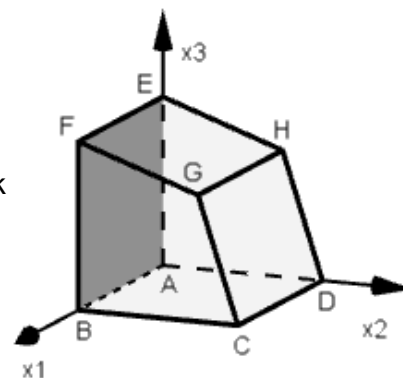
Kurzbeschreibung

Anforderungsniveau	Prüfungsteil	Sachgebiet ¹	digitales Hilfsmittel
grundlegend	B	AG/LA (A2)	WTR

1 Aufgabe

Ein Anbau eines Gebäudes wird modellhaft durch das abgebildete Prisma mit den Eckpunkten $A(0|0|0)$, $B(5|0|0)$, $C(5|4|0)$, $D(0|4|0)$, $E(0|0|4)$, $F(5|0|4)$, $G(5|3|3)$ und $H(0|3|3)$ beschrieben. Das Viereck $EFGH$ stellt das Glasdach dar, das Viereck $ABFE$ eine geschlossene Wand; die anderen Seiten des Anbaus bestehen vollständig aus Glas.

Eine Längeneinheit im Koordinatensystem entspricht einem Meter in der Realität. Die x_1x_2 -Ebene beschreibt den Untergrund, auf dem der Anbau steht.



- Begründen Sie, dass das Viereck $BCGF$ ein Drachenviereck ist.
- Die Ebene L , in der die Punkte A , B und G liegen, kann durch eine Gleichung der Form $r \cdot x_2 + s \cdot x_3 = 0$ dargestellt werden. Bestimmen Sie passende Werte für r und s .
- Begründen Sie, dass die Ebene L eine Symmetrieebene des Körpers $ABCDEFGH$ ist.

BE

3

2

3

¹ verwendete Abkürzungen: AG/LA - Analytische Geometrie/Lineare Algebra, AG/LA (A1) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A1), AG/LA (A2) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A2)

d Die beiden folgenden Rechnungen I und II liefern das Volumen des Anbaus: 2

$$\text{I } 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 3 \cdot 5 = 60$$

$$\text{II } 3 \cdot 5 \cdot 4 = 60$$

Erläutern Sie für eine der beiden Rechnungen den zugrunde liegenden Gedankengang.

Auf dem Glasdach kann ein Rollo herabgelassen werden. Dabei bewegt sich das Rollo innerhalb einer Minute von der oberen Kante des Dachs, die durch \overline{EF} dargestellt wird, bis zur unteren Kante des Dachs.

e Bestimmen Sie die mittlere Geschwindigkeit, mit der das Rollo herabgelassen wird, in Zentimeter pro Sekunde. 2

Zu einem bestimmten Zeitpunkt kann das auf den Anbau treffende Sonnenlicht durch parallele Geraden mit dem Richtungsvektor $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}$ beschrieben werden.

f Berechnen Sie die Größe des Winkels, unter dem das Sonnenlicht auf den Untergrund trifft. 3

g Die geschlossene Wand sowie der Schatten, den das vollständig herabgelassene Rollo auf dieser Wand erzeugt, sollen – in Form einer gesonderten zweidimensionalen Zeichnung – in der x_1x_3 -Ebene grafisch dargestellt werden. Die folgende Rechnung stellt einen wesentlichen Schritt zur Lösung dieser Aufgabe dar: 5

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ 0 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix} + \mu \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix} \text{ liefert } \mu = 3 \text{ und damit } (3 \mid 0 \mid -3).$$

Beschreiben Sie die Bedeutung dieses Lösungsschritts und fertigen Sie die angestrebte Zeichnung an.

20

2 Erwartungshorizont

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe eine mögliche Lösung dar. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

	BE
a $ \overline{BC} = 4 = \overline{BF} , \overline{GC} = \sqrt{1^2 + 3^2} = \overline{GF} $	3
b Da G in der Ebene liegt, gilt $3r + 3s = 0$. Damit ergibt sich beispielsweise $r = 1$ und $s = -1$.	2
c Das Prisma ABCDEFGH mit dem Drachenviereck BCGF als Grundfläche ist gerade. L enthält die Symmetrieachse der Grundfläche und steht zu dieser senkrecht.	3

d	I: Das Prisma ABCDEFGH hat die Höhe 5. Der Inhalt der Grundfläche BCGF ist doppelt so groß wie der Inhalt $\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 3$ des Dreiecks BCG.	2	
e	$\frac{ \overline{FG} \cdot 100 \text{ cm}}{60 \text{ s}} \approx 5,3 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$	2	
f	$\sin \varphi = \frac{\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}}{\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}}$ liefert $\varphi \approx 55^\circ$.	3	
g	(3 0 -3) ist der Schnittpunkt S der Gerade durch H mit dem gegebenen Richtungsvektor und der x_1x_3 -Ebene.		5
		20	

3 Standardbezug

Teilaufgabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen						Anforderungsbereich		
		K1	K2	K3	K4	K5	K6	I	II	III
a	3					I		X		
b	2		II		I	I			X	
c	3	II			I		I		X	
d	2	I			I		I	X		
e	2		I	I		I	I	X		
f	3					II			X	
g	5	II	III	II	II	II	I			X

4 Bewertungshinweise

Die Bewertung der erbrachten Prüfungsleistungen hat sich für jede Teilaufgabe nach der am rechten Rand der Aufgabenstellung angegebenen Anzahl maximal erreichbarer Bewertungseinheiten (BE) zu richten.

Für die Bewertung der Gesamtleistung eines Prüflings ist ein Bewertungsraster² vorgesehen, das angibt, wie die in den Prüfungsteilen A und B insgesamt erreichten Bewertungseinheiten in Notenpunkte umgesetzt werden.

² Das Bewertungsraster ist Teil des Dokuments „Beschreibung der Struktur“, das auf den Internetseiten des IQB zum Download bereitsteht.