

Gemeinsame Abituraufgabenpools der Länder

Pool für das Jahr 2023

Aufgaben für das Fach Mathematik

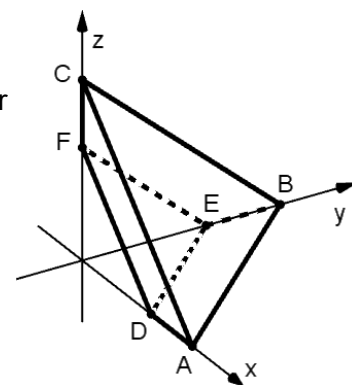
Kurzbeschreibung

Anforderungsniveau	Prüfungsteil	Sachgebiet ¹	digitales Hilfsmittel
grundlegend	B	AG/LA (A2)	MMS

1 Aufgabe

Die Abbildung zeigt den Körper ABCDEF. Die Eckpunkte $A(4|0|0)$, $B(0|4|0)$ und $C(0|0|4)$ liegen in der Ebene $L_1: x + y + z = 4$, die Eckpunkte D, E und F jeweils auf einer Koordinatenachse und in der Ebene $L_2: 2x + 2y + 2z = 5$.

- Prüfen Sie, ob das Dreieck ABC gleichseitig ist. Bestimmen Sie die Koordinaten des Punkts G auf der Seite \overline{AC} , für den $|\overline{AG}| : |\overline{GC}| = 1 : 3$ gilt.
- Begründen Sie, dass L_1 und L_2 keine gemeinsamen Punkte haben.
- Entscheiden Sie, ob der Abstand von B und E kleiner als der Abstand von L_1 und L_2 , größer als der Abstand von L_1 und L_2 oder genauso groß wie der Abstand von L_1 und L_2 ist. Begründen Sie Ihre Entscheidung.
- Bestimmen Sie die Größe des Winkels, den L_2 mit der xy-Ebene einschließt.
- Ausgehend vom Ansatz $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 4^2 \cdot 4 - \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot k^2 \cdot k$ kann für einen Wert von $k \in \mathbb{R}$ das Volumen des Körpers ABCDEF berechnet werden. Erläutern Sie diesen Ansatz und bestimmen Sie den passenden Wert von k.



BE

4

2

3

3

4

¹ verwendete Abkürzungen: AG/LA - Analytische Geometrie/Lineare Algebra, AG/LA (A1) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A1), AG/LA (A2) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A2)

- f Der Körper ABCDEF wird so um seine Kante \overline{AB} gedreht, dass der mit C bezeichnete Eckpunkt des Körpers nach der Drehung in der xy-Ebene liegt und dabei eine positive x-Koordinate hat. Berechnen Sie die Koordinaten dieses Eckpunkts nach der Drehung.

 4
20

2 Erwartungshorizont

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe eine mögliche Lösung dar. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

	BE
<p>a Wegen $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA}$ ist das Dreieck ABC gleichseitig.</p> $\overline{OG} = \overline{OA} + \frac{1}{4} \cdot \overline{AC} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$	4
<p>b $\vec{n} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ ist Normalenvektor beider Ebenen. Die Abbildung zeigt, dass L_1 und L_2 nicht übereinstimmen.</p>	2
<p>c B und E liegen in L_1 bzw. L_2; \vec{n} und der Richtungsvektor $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ der Gerade durch B und E sind nicht kollinear. Damit ist der Abstand der Punkte größer als der Abstand der Ebenen.</p>	3
<p>d $\cos \varphi = \frac{\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \vec{n}}{ \vec{n} }$ liefert $\varphi \approx 55^\circ$.</p>	3
<p>e Der erste Summand gibt das Volumen der Pyramide OABC an, der zweite das Volumen der Pyramide ODEF.</p> <p>Der Wert von k stimmt mit der x-Koordinate des Schnittpunkts von L_2 mit der x-Achse überein. $2k = 5$ liefert $k = 2,5$.</p>	4
<p>f Mit dem Mittelpunkt $M(2 2 0)$ von \overline{AB} ergibt sich für den Ortsvektor des Eckpunkts nach der Drehung $\overline{OM} + \frac{ \overline{MC} }{\sqrt{2}} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 + 2\sqrt{3} \\ 2 + 2\sqrt{3} \\ 0 \end{pmatrix}$.</p>	4
	20

3 Standardbezug

Teilaufgabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen						Anforderungsbereich		
		K1	K2	K3	K4	K5	K6	I	II	III
a	4		I			I		X		
b	2	I			I		I	X		
c	3	II			I		I		X	
d	3					II			X	
e	4	I	I		II	I	I		X	
f	4		III		II	II	II			X

4 Bewertungshinweise

Die Bewertung der erbrachten Prüfungsleistungen hat sich für jede Teilaufgabe nach der am rechten Rand der Aufgabenstellung angegebenen Anzahl maximal erreichbarer Bewertungseinheiten (BE) zu richten.

Für die Bewertung der Gesamtleistung eines Prüflings ist ein Bewertungsraster² vorgesehen, das angibt, wie die in den Prüfungsteilen A und B insgesamt erreichten Bewertungseinheiten in Notenpunkte umgesetzt werden.

² Das Bewertungsraster ist Teil des Dokuments „Beschreibung der Struktur“, das auf den Internetseiten des IQB zum Download bereitsteht.