

Gemeinsame Abituraufgabenpools der Länder

Pool für das Jahr 2023

Aufgaben für das Fach Mathematik

Kurzbeschreibung

Anforderungsniveau	Prüfungsteil	Sachgebiet ¹	digitales Hilfsmittel
grundlegend	B	AG/LA (A1)	WTR

1 Aufgabe

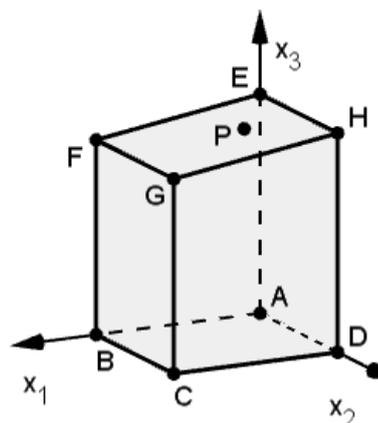
Eine Molkerei stellt Milchmischgetränke her und füllt diese in kleine Kartonverpackungen ab.

1 Eine solche Verpackung kann modellhaft durch den abgebildeten Körper mit $A(0|0|0)$, $B(4,5|0|0)$, $C(4,5|4,5|0)$, $D(0|4,5|0)$, $E(0|0|13,5)$, $F(4,5|0|12)$, $G(4,5|4,5|12)$ und $H(0|4,5|13,5)$ dargestellt werden. Eine Längeneinheit im Koordinatensystem entspricht 1 cm in der Realität.

Zur Verpackung gehört ein 14 cm langer, gerader Trinkhalm. Die Stelle, an der der Trinkhalm durch die Deckfläche der Verpackung zu stechen ist, wird durch den Punkt $P(1,5|2,25|13)$ dargestellt.

Die Materialstärken der Verpackung und des Trinkhalms sollen im Folgenden vernachlässigt werden.

- a Weisen Sie nach, dass die Deckfläche der Verpackung rechteckig ist. 3
- b Prüfen Sie, ob die Verpackung mit 250 ml des jeweiligen Getränks befüllt werden kann. 3

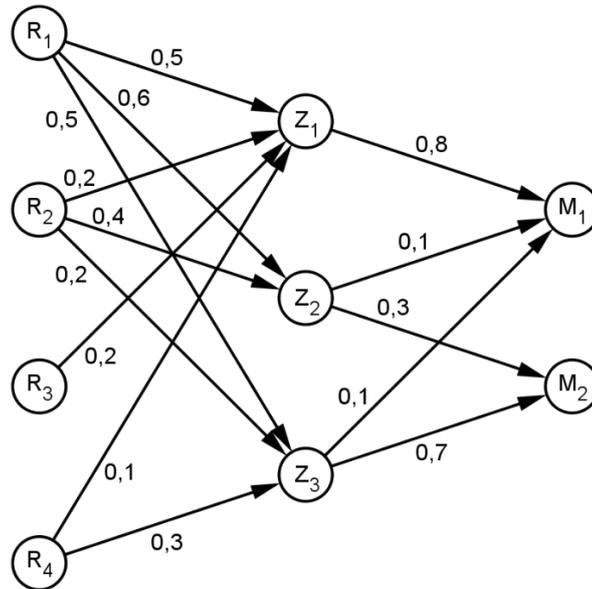


BE

¹ verwendete Abkürzungen: AG/LA - Analytische Geometrie/Lineare Algebra, AG/LA (A1) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A1), AG/LA (A2) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A2)

c Untersuchen Sie, ob sich mit dem Trinkhalm innerhalb der Verpackung jede Stelle der Grundfläche erreichen lässt. 3

- 2 Aus den Rohstoffen R_1, R_2, R_3 und R_4 werden die Zwischenprodukte Z_1, Z_2 und Z_3 hergestellt und daraus die Milchkisgetränke M_1 und M_2 . Die Abbildung veranschaulicht den Herstellungsprozess, wobei für jeweils eine Mengeneinheit (ME) eines Zwischenprodukts oder Getränks der Bedarf an jedem benötigten Rohstoff bzw. Zwischenprodukt in Mengeneinheiten angegeben ist.



Entsprechend gibt die Matrix

$$K = \begin{pmatrix} 0,51 & 0,53 \\ 0,22 & x \\ 0,16 & y \\ 0,11 & 0,21 \end{pmatrix} \text{ mit } x, y \in \mathbb{R} \text{ zu jedem Getränk die erforderlichen Mengeneinheiten}$$

der Rohstoffe an.

- a Bestätigen Sie rechnerisch, dass $x = 0,26$ gilt. Begründen Sie, dass y den Wert null hat. 4
- b Der Tabelle können für jeden Rohstoff die Kosten pro Mengeneinheit in Geldeinheiten (GE) entnommen werden: 5

Rohstoff	R_1	R_2	R_3	R_4
Kosten	0,1 GE	0,1 GE	0,5 GE	0,3 GE

Es sollen dreimal so viele Mengeneinheiten von M_1 wie von M_2 hergestellt werden. Dabei sollen die Gesamtkosten für die Rohstoffe höchstens 3500 GE betragen. Ermitteln Sie, wie viele Mengeneinheiten von M_1 und M_2 höchstens hergestellt werden können.

- c Der Prozess zur Herstellung der beiden Getränke wird verändert. Die Matrix L , die zu jedem Zwischenprodukt die erforderlichen Mengeneinheiten der Rohstoffe angibt, hat vier Zeilen und vier Spalten. Geben Sie an, wie viele Zeilen und Spalten die Matrix N hat, die zu jedem Getränk die erforderlichen Mengeneinheiten der Zwischenprodukte angibt, und begründen Sie Ihre Angabe. 2

2 Erwartungshorizont

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe eine mögliche Lösung dar. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

		BE
1	<p>a $\overline{EH} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4,5 \\ 0 \end{pmatrix} = \overline{FG}$, $\overline{EH} \circ \overline{EF} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4,5 \\ 0 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 4,5 \\ 0 \\ -1,5 \end{pmatrix} = 0$</p>	3
	<p>b $\frac{1}{2} \cdot (13,5 \text{ cm} + 12 \text{ cm}) \cdot 4,5 \text{ cm} \cdot 4,5 \text{ cm} \approx 258 \text{ cm}^3$, d. h. die angegebene Befüllung ist möglich.</p>	3
	<p>c Die beiden Stellen der Grundfläche, die von der Einstichstelle am weitesten entfernt sind, werden durch B und C dargestellt.</p> <p>$\overline{CP} = \overline{BP} = \sqrt{\begin{pmatrix} -3 \\ 2,25 \\ 13 \end{pmatrix}^2} = \sqrt{3^2 + 2,25^2 + 13^2} \approx 13,53 < 14$, d. h. die beiden Ecken lassen sich erreichen.</p>	3
2	<p>a $x = 0,4 \cdot 0,3 + 0,2 \cdot 0,7 = 0,26$</p> <p>y gibt die Anzahl der Mengeneinheiten von R_3 an, die für die Herstellung einer Mengeneinheit von M_2 erforderlich sind. Für die Herstellung von M_2 werden nur die Zwischenprodukte Z_2 und Z_3 benötigt, die ohne R_3 hergestellt werden.</p>	4
	<p>b $\begin{pmatrix} 0,51 & 0,53 \\ 0,22 & 0,26 \\ 0,16 & 0 \\ 0,11 & 0,21 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3m_2 \\ m_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2,06m_2 \\ 0,92m_2 \\ 0,48m_2 \\ 0,54m_2 \end{pmatrix}$</p> <p>$(0,1 0,1 0,5 0,3) \cdot \begin{pmatrix} 2,06m_2 \\ 0,92m_2 \\ 0,48m_2 \\ 0,54m_2 \end{pmatrix} = 0,7m_2$</p> <p>$0,7m_2 = 3500 \Leftrightarrow m_2 = 5000$, d. h. $m_1 = 15000$.</p>	5
	<p>c Es wurde ein Zwischenprodukt hinzugefügt, da L vier Spalten hat. N hat daher vier Zeilen. Da weiterhin zwei Getränke hergestellt werden, hat N zwei Spalten.</p>	2
		20

3 Standardbezug

Teilaufgabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen						Anforderungsbereich		
		K1	K2	K3	K4	K5	K6	I	II	III
1 a	3	I				I		X		
b	3			I		I		X		
c	3			II		I	I		X	
2 a	4	II	I	II	I	I	II		X	
b	5		III	II		II	I			X
c	2	I		II			I		X	

4 Bewertungshinweise

Die Bewertung der erbrachten Prüfungsleistungen hat sich für jede Teilaufgabe nach der am rechten Rand der Aufgabenstellung angegebenen Anzahl maximal erreichbarer Bewertungseinheiten (BE) zu richten.

Für die Bewertung der Gesamtleistung eines Prüflings ist ein Bewertungsraster² vorgesehen, das angibt, wie die in den Prüfungsteilen A und B insgesamt erreichten Bewertungseinheiten in Notenpunkte umgesetzt werden.

² Das Bewertungsraster ist Teil des Dokuments „Beschreibung der Struktur“, das auf den Internetseiten des IQB zum Download bereitsteht.