

Gemeinsame Abituraufgabenpools der Länder

Pool für das Jahr 2023

Aufgaben für das Fach Mathematik

Kurzbeschreibung

Anforderungsniveau	Prüfungsteil	Sachgebiet ¹	digitales Hilfsmittel
grundlegend	B	AG/LA (A1)	MMS

1 Aufgabe

1 Das Viereck EFGH mit $E(-6|6|1)$, $F(-10|10|4)$ und $H(-2|2|4)$ ist eine Raute. Die Diagonalen schneiden sich im Punkt $J(-6|6|4)$.

a Bestimmen Sie die Seitenlänge der Raute sowie die Koordinaten des Punkts G.

b Mit $\cos \varphi_1 = \frac{|\overline{EF} \cdot \overline{EH}|}{|\overline{EF}| \cdot |\overline{EH}|}$ ergibt sich $\varphi_2 = 180^\circ - \varphi_1 \approx 56^\circ$. Geben Sie eine Bedeutung von φ_2 im Zusammenhang mit der Raute an und begründen Sie Ihre Angabe.

c Betrachtet wird die Pyramide mit der Grundfläche EFGH und der Spitze $S(-6+k|6+k|4)$. Für jeden Wert von $k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ steht die Strecke \overline{JS} senkrecht zur Grundfläche. Bestimmen Sie diejenigen Werte von k, für die das Volumen der Pyramide 112 ist.

2 In einem Tierpark werden an drei verschiedenen Stationen A, B und C Handwagen vermietet, in denen Besucher beispielsweise mitgebrachte Taschen transportieren können. Ein Wagen, der an einer der drei Stationen ausgegeben wurde, kann an einer beliebigen der drei Stationen zurückgegeben werden.

Die Verteilung der Wagen am Morgen jedes Tages kann durch einen Vektor der Form $\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ beschrieben werden, wobei a, b und c die Anzahlen der Wagen an den

Stationen A, B bzw. C sind. Die Entwicklung der Verteilung von einem Morgen n zum

BE

3

3

3

¹ verwendete Abkürzungen: AG/LA - Analytische Geometrie/Lineare Algebra, AG/LA (A1) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A1), AG/LA (A2) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A2)

nächsten wird modellhaft durch die Gleichung $\overline{v_{n+1}} = M \cdot \overline{v_n}$ mit $M = \begin{pmatrix} 0,8 & 0,2 & 0,2 \\ 0,1 & 0,6 & 0,1 \\ 0,1 & 0,2 & 0,7 \end{pmatrix}$

beschrieben.

a Stellen Sie die beschriebene Entwicklung der Verteilung der Wagen in einem Übergangdiagramm dar. 3

b Insgesamt stehen 160 Wagen zur Verfügung. An einem Samstagmorgen befanden sich an den Stationen A und B zusammen ebenso viele Wagen wie an der Station C. Am folgenden Morgen befanden sich 70 Wagen an der Station C. Ermitteln Sie die Anzahl der Wagen an der Station A für den genannten Samstagmorgen. 3

c Die Wagen werden regelmäßig gewartet. Dazu werden einige der Wagen morgens abgeholt und am Abend des folgenden Tags zurückgebracht. 5

An einem Morgen befanden sich 50 Wagen an der Station A, 46 an der Station B und 64 an der Station C. An diesem Morgen wurde an jeder der drei Stationen die gleiche Anzahl x von Wagen zur Wartung abgeholt. Sowohl unmittelbar danach als auch am folgenden Morgen standen an der Station A weniger als 47 Wagen zur Verfügung, zu beiden Zeitpunkten an jeder der drei Stationen aber mindestens 26 Wagen. Bestimmen Sie alle Werte, die für x infrage kommen.

20

2 Erwartungshorizont

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe eine mögliche Lösung dar. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

		BE
1	<p>a $\overline{EF} = \sqrt{41}$</p> <p>Da J der Mittelpunkt von \overline{EG} ist, hat G die Koordinaten $(-6 6 7)$.</p>	3
	<p>b φ_2 ist die Größe des Innenwinkels der Raute im Eckpunkt F.</p> <p>Begründung: φ_1 ist die Größe des Innenwinkels der Raute im Eckpunkt E. Zwei benachbarte Innenwinkel einer Raute sind zusammen 180° groß.</p>	3
	<p>c $\frac{1}{3} \cdot \overline{EJ} \cdot \overline{FH} \cdot \overline{JS} = 112 \Leftrightarrow k = -7 \vee k = 7$</p>	3
2	<p>a</p>	3

b	$2 \cdot (a + b) = 160 \wedge 0,1 \cdot a + 0,2 \cdot b + 0,7 \cdot (a + b) = 70$ liefert $a = 20$.	3
c	$M \cdot \begin{pmatrix} 50 - x \\ 46 - x \\ 64 - x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 62 - 1,2x \\ 39 - 0,8x \\ 59 - x \end{pmatrix}$ <p>Bezogen auf den Zeitpunkt unmittelbar nach dem Abholen der Wagen gilt $4 \leq x \leq 20$. Für den Morgen des folgenden Tags ergibt sich $62 - 1,2x < 47 \wedge 62 - 1,2x \geq 26 \wedge 39 - 0,8x \geq 26 \wedge 59 - x \geq 26 \Leftrightarrow 13 \leq x \leq 16$</p> <p>Damit kommen für x die Werte 13, 14, 15 und 16 infrage.</p>	5
		20

3 Standardbezug

Teilaufgabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen						Anforderungsbereich		
		K1	K2	K3	K4	K5	K6	I	II	III
1 a	3		I			I		X		
b	3	II			II		I		X	
c	3		II			I	I		X	
2 a	3			I	I		I	X		
b	3		II	II		I			X	
c	5	II	III	II		II	II			X

4 Bewertungshinweise

Die Bewertung der erbrachten Prüfungsleistungen hat sich für jede Teilaufgabe nach der am rechten Rand der Aufgabenstellung angegebenen Anzahl maximal erreichbarer Bewertungseinheiten (BE) zu richten.

Für die Bewertung der Gesamtleistung eines Prüflings ist ein Bewertungsraster² vorgesehen, das angibt, wie die in den Prüfungsteilen A und B insgesamt erreichten Bewertungseinheiten in Notenpunkte umgesetzt werden.

² Das Bewertungsraster ist Teil des Dokuments „Beschreibung der Struktur“, das auf den Internetseiten des IQB zum Download bereitsteht.