

Gemeinsame Abituraufgabenpools der Länder

Pool für das Jahr 2023

Aufgabe für das Fach Mathematik

Kurzbeschreibung

Anforderungsniveau	Prüfungsteil	Sachgebiet ¹	Aufgabengruppe
erhöht	A	AG/LA (A1)	2

1 Aufgabe

Zusammensetzungen einer Population Marienkäfer können durch Vektoren der

Form $\begin{pmatrix} E \\ L \\ K \end{pmatrix}$ dargestellt werden, wobei E die Anzahl der Eier, L die Anzahl der Larven und

K die Anzahl der fertig entwickelten Käfer bezeichnet. Mithilfe der Gleichung

$\vec{v}_{n-1} = M^{-1} \cdot \vec{v}_n$ mit $M^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{b} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{c} \\ \frac{1}{a} & 0 & 0 \end{pmatrix}$ kann aus der Zusammensetzung in einem Monat n

die Zusammensetzung im vorhergehenden Monat ermittelt werden.

a Es gilt $(M^{-1})^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{3}{c} \\ \frac{1}{60c} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{20} & 0 \end{pmatrix}$. Bestimmen Sie den Wert von a.

BE

2

¹ verwendete Abkürzungen: AG/LA - Analytische Geometrie/Lineare Algebra, AG/LA (A1) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A1), AG/LA (A2) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A2)

- b** Es gilt $(M^{-1})^3 = \begin{pmatrix} \frac{1}{20c} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{20c} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{20c} \end{pmatrix}$. Beschreiben Sie in Abhängigkeit von c mit $c > 0$, was sich daraus hinsichtlich der Entwicklung der Population mit fortschreitender Zeit schließen lässt. Gehen Sie dabei auch auf die Größe der Population ein.

3

5

2 Erwartungshorizont

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe eine mögliche Lösung dar. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

	BE
a $\frac{1}{c} \cdot \frac{1}{a} = \frac{1}{60c} \Leftrightarrow a = 60$	2
b Im Abstand von jeweils drei Monaten ändert sich jede der Anzahlen der Eier, Larven und fertig entwickelten Käfer mit dem Faktor $20c$. Dabei nehmen die Anzahlen für $c < \frac{1}{20}$ mit der Zeit ab und für $c > \frac{1}{20}$ mit der Zeit zu, für $c = \frac{1}{20}$ wiederholen sie sich regelmäßig.	3
	5

3 Standardbezug

Teilaufgabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen					
		K1	K2	K3	K4	K5	K6
a	2		II		II	I	
b	3	II		III	II		II

4 Bewertungshinweise

Die Bewertung der erbrachten Prüfungsleistungen hat sich für jede Teilaufgabe nach der am rechten Rand der Aufgabenstellung angegebenen Anzahl maximal erreichbarer Bewertungseinheiten (BE) zu richten.

Für die Bewertung der Gesamtleistung eines Prüflings ist ein Bewertungsraster² vorgesehen, das angibt, wie die in den Prüfungsteilen A und B insgesamt erreichten Bewertungseinheiten in Notenpunkte umgesetzt werden.

² Das Bewertungsraster ist Teil des Dokuments „Beschreibung der Struktur“, das auf den Internetseiten des IQB zum Download bereitsteht.