

Gemeinsame Abituraufgabenpools der Länder

Pool für das Jahr 2022

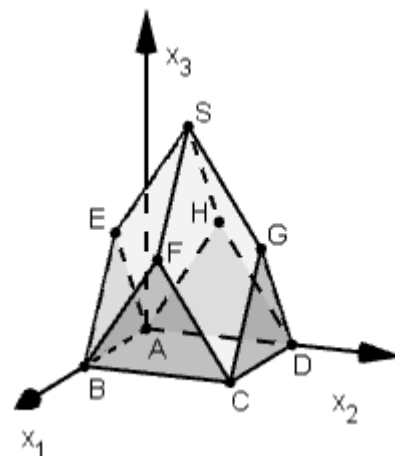
Aufgaben für das Fach Mathematik

Kurzbeschreibung

Anforderungsniveau	Prüfungsteil	Sachgebiet ¹	digitales Hilfsmittel
grundlegend	B	AG/LA (A2)	WTR

1 Aufgabe

Die Abbildung zeigt modellhaft das Dach eines Kirchturms. Die Eckpunkte der dreieckigen Giebelflächen (grau markiert) und der viereckigen Dachflächen werden durch die Punkte A, B(8|0|0), C(8|8|0), D, E(4|0|6), F(8|4|6), G(4|8|6), H und S(4|4|12) dargestellt. Die vier Dachflächen haben die gleiche Form und die gleiche Größe. Im verwendeten Koordinatensystem entspricht eine Längeneinheit einem Meter in der Realität. Die Materialstärken der Bauteile des Dachs sollen im Folgenden vernachlässigt werden.



- a Die Ebene L enthält die Punkte C, G und F. Geben Sie eine Gleichung von L in Parameterform an und zeigen Sie, dass auch S in L liegt.
- b Weisen Sie nach, dass das Viereck CGSF eine Raute ist.
- c Gegeben sind drei Ebenen mit den folgenden Gleichungen:

$$M_1 : x_1 = 8$$

$$M_2 : x_1 - x_2 = 0$$

$$M_3 : x_3 = 6$$

Eine dieser Ebenen stellt eine Symmetrieebene des Kirchturmdachs dar. Geben Sie diese Ebene an und beschreiben Sie ihre Lage.

BE

3

2

2

¹ verwendete Abkürzungen: AG/LA - Analytische Geometrie/Lineare Algebra, AG/LA (A1) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A1), AG/LA (A2) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A2)

d Berechnen Sie die Größe des Innenwinkels des Vierecks CGSF im Punkt S sowie den gesamten Flächeninhalt der Dachflächen.	6
e Die Gerade q_1 verläuft durch S und F, die Gerade q_2 durch S und G. Die beiden Geraden schneiden die x_1x_2 -Ebene in den Punkten Q_1 bzw. Q_2 . Geben Sie das Verhältnis des Abstands von Q_1 und Q_2 zum Abstand von F und G an. Begründen Sie Ihre Angabe, ohne die Koordinaten von Q_1 und Q_2 zu berechnen.	3
f Zur Stabilisierung wird zwischen den durch E und G dargestellten Giebelspitzen ein gerader Stahlträger montiert. Vom Mittelpunkt dieses Stahlträgers aus soll eine möglichst kurze Stütze zum durch \overline{SF} dargestellten Balken verlaufen. Der Punkt, in dem die Stütze auf den Balken trifft, wird im Modell mit R bezeichnet; R stimmt weder mit F noch mit S überein. Beschreiben Sie, wie man die Koordinaten von R ermitteln könnte.	4
	20

2 Erwartungshorizont

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe eine mögliche Lösung dar. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

	BE
<p>a</p> $L: \bar{x} = \begin{pmatrix} 8 \\ 8 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \\ 6 \end{pmatrix} + \mu \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix}, \lambda, \mu \in \mathbb{R}$ $\begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 8 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \\ 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix}$	3
<p>b</p> $\overline{CF} = \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \\ 6 \end{pmatrix} = \overline{GS}, \quad \overline{CG} = \left \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix} \right = \overline{CF} $	2
<p>c M_2 stellt eine Symmetrieebene dar. M_2 verläuft durch die Punkte A, C und S.</p>	2
<p>d</p> $\cos \varphi = \frac{\begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ -6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ -6 \end{pmatrix}}{\left \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ -6 \end{pmatrix} \right \cdot \left \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ -6 \end{pmatrix} \right } = \frac{36}{52} \text{ liefert } \varphi \approx 46^\circ.$ $4 \cdot \frac{1}{2} \cdot \overline{FG} \cdot \overline{CS} = 2 \cdot \left \begin{pmatrix} -4 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} \right \cdot \left \begin{pmatrix} -4 \\ -4 \\ 12 \end{pmatrix} \right = 2 \cdot \sqrt{32} \cdot \sqrt{176} \approx 150, \text{ d. h. der Flächeninhalt beträgt etwa } 150 \text{ m}^2.$	6

e	Die Dreiecke SQ_1Q_2 und SFG haben bei S einen gemeinsamen Innenwinkel, die Gerade Q_1Q_2 ist parallel zur Gerade FG . Damit sind die beiden Dreiecke ähnlich. $\overline{SQ_1}$ ist doppelt so lang wie \overline{SF} . Folglich ist der Abstand von Q_1 und Q_2 doppelt so groß wie der Abstand von F und G .	3
f	Man bestimmt den Mittelpunkt N von \overline{EG} . Mit $\overline{OR} = \overline{OS} + \sigma \cdot \overline{SF}$ liefert $(\overline{OR} - \overline{ON}) \circ \overline{SF} = 0$ den Wert von σ und damit die Koordinaten von R .	4
		20

3 Standardbezug

Teilaufgabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen						Anforderungsbereich		
		K1	K2	K3	K4	K5	K6	I	II	III
a	3					I	I	X		
b	2	I				I		X		
c	2	I			I		I	X		
d	6			I		II			X	
e	3	II	II		I		II		X	
f	4		III	II	I		II			X

4 Bewertungshinweise

Die Bewertung der erbrachten Prüfungsleistungen hat sich für jede Teilaufgabe nach der am rechten Rand der Aufgabenstellung angegebenen Anzahl maximal erreichbarer Bewertungseinheiten (BE) zu richten.

Für die Bewertung der Gesamtleistung eines Prüflings ist passend zur Konzeption der Aufgaben der Aufgabensammlung und des Abituraufgabenpools ein Bewertungsraster² vorgesehen, das angibt, wie die in den Prüfungsteilen A und B insgesamt erreichten Bewertungseinheiten in Notenpunkte umgesetzt werden.

² Das Bewertungsraster ist Teil des Dokuments „Beschreibung der Struktur“, das auf den Internetseiten des IQB zum Download bereitsteht.