

Gemeinsame Abituraufgabenpools der Länder

Pool für das Jahr 2022

Aufgaben für das Fach Mathematik

Kurzbeschreibung

Anforderungsniveau	Prüfungsteil	Sachgebiet ¹	digitales Hilfsmittel
grundlegend	B	AG/LA (A1)	WTR

1 Aufgabe

Ein Transportunternehmen verfügt über insgesamt 150 Fahrzeuge, mit denen tagsüber Waren transportiert werden. Vom Abend eines Tages bis zum Morgen des nächsten Tages stehen die Fahrzeuge an einem der drei Standorte A, B und C. Die Verteilungen

der Fahrzeuge auf die drei Standorte werden durch Vektoren der Form $\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ angege-

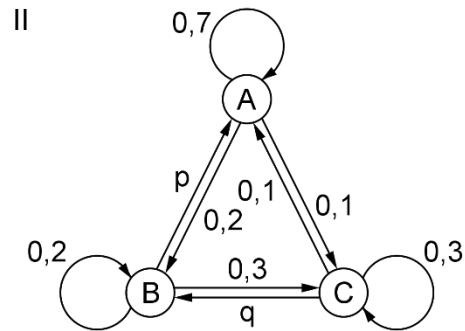
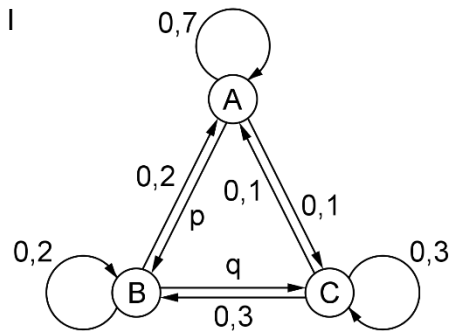
ben; dabei sind a, b und c die Anzahlen der Fahrzeuge an den Standorten A, B bzw. C. Die Änderung der Verteilung vom Abend eines Tages n zum Abend des folgenden Ta-

ges wird durch die Gleichung $\vec{v}_{n+1} = M \cdot \vec{v}_n$ mit $M = \begin{pmatrix} 0,7 & 0,5 & 0,1 \\ 0,2 & 0,2 & 0,6 \\ 0,1 & 0,3 & 0,3 \end{pmatrix}$ beschrieben.

BE

¹ verwendete Abkürzungen: AG/LA - Analytische Geometrie/Lineare Algebra, AG/LA (A1) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A1), AG/LA (A2) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A2)

- a Eines der beiden Diagramme I und II stellt den beschriebenen Sachzusammenhang dar. Geben Sie dieses Diagramm und dazu die passenden Werte von p und q an. 2



An einem Sonntagabend befinden sich 20 Fahrzeuge am Standort A, 60 am Standort B und 70 am Standort C.

- b Berechnen Sie für den folgenden Montagabend den prozentualen Anteil der Fahrzeuge am Standort A. 2

- c Gegeben ist die Gleichung $\begin{pmatrix} 0 & 0,5 & 0,1 \\ 0,2 & 0 & 0,6 \\ 0,1 & 0,3 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 20 \\ 60 \\ 70 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \\ c_1 \end{pmatrix}$. Deuten Sie ohne zu rechnen den Term $a_1 + b_1 + c_1$ im Sachzusammenhang und begründen Sie Ihre Angabe. 4

nen den Term $a_1 + b_1 + c_1$ im Sachzusammenhang und begründen Sie Ihre Angabe.

Es gilt $M^2 = \begin{pmatrix} 0,6 & 0,48 & 0,4 \\ 0,24 & 0,32 & r \\ 0,16 & 0,2 & s \end{pmatrix}$.

- d Berechnen Sie die Werte von r und s . 2
- e Beurteilen Sie jede der beiden folgenden Aussagen. 5

A_1 : Wenn sich an einem Dienstagabend alle 150 Fahrzeuge am Standort B befinden, so sind am Abend des folgenden Donnerstags 32 % aller Fahrzeuge am Standort B.

A_2 : Wenn sich an einem Dienstagabend kein Fahrzeug am Standort C befindet, so sind am Abend des folgenden Donnerstags mindestens 24 % aller Fahrzeuge am Standort B.

- f An einem Sonntag werden die Fahrten geplant, die in der folgenden Woche stattfinden. Aufgrund eines besonderen Auftrags beginnen am Mittwochmorgen 10 % der Fahrzeuge am Standort B und drei Fahrzeuge am Standort A eine Fernfahrt, von der sie innerhalb der Woche nicht zurückkehren werden. Gesucht ist die Verteilung der Fahrzeuge am Abend des Freitags der betrachteten Woche. Geben Sie einen Term an, mit dem die gesuchte Verteilung in Abhängigkeit von der Verteilung am Abend des genannten Sonntags berechnet werden könnte. 5

2 Erwartungshorizont

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe eine mögliche Lösung dar. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

	BE
a Diagramm II; $p = 0,5$; $q = 0,6$	2
b $\frac{0,7 \cdot 20 + 0,5 \cdot 60 + 0,1 \cdot 70}{150} = 34\%$	2
c Der Term $a_1 + b_1 + c_1$ gibt die Anzahl der Fahrzeuge an, die im Laufe des Montags den Standort wechseln. Begründung: Die verwendete Matrix entsteht aus M, indem man die Einträge auf der Diagonale jeweils durch 0 ersetzt. Damit entfallen die Fahrzeuge, die im Laufe des Montags den Standort nicht wechseln.	4
d $r = 0,2 \cdot 0,1 + 0,2 \cdot 0,6 + 0,6 \cdot 0,3 = 0,32$ $s = 1 - 0,4 - 0,32 = 0,28$	2
e Die Aussage A_1 ist richtig. Begründung: Die Anzahl der Fahrzeuge am Standort B am Donnerstagabend ist $0,24 \cdot 0 + 0,32 \cdot 150 + 0,32 \cdot 0 = 0,32 \cdot 150$. Die Aussage A_2 ist richtig. Begründung: Sind a und b die Anzahlen der Fahrzeuge an den Standorten A bzw. B am Dienstagabend, so ergibt sich für die Anzahl der Fahrzeuge am Standort B am Donnerstagabend $0,24 \cdot a + 0,32 \cdot b + 0,32 \cdot 0 \geq 0,24 \cdot (a + b)$.	5
f Stellt $\begin{pmatrix} a_2 \\ b_2 \\ c_2 \end{pmatrix}$ die Verteilung der Fahrzeuge am Sonntagabend dar, so kann die Verteilung am Freitagabend mit dem Term $M^3 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0,9 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot M^2 \cdot \begin{pmatrix} a_2 \\ b_2 \\ c_2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ berechnet werden.	5
	20

3 Standardbezug

Teilaufgabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen						Anforderungsbereich		
		K1	K2	K3	K4	K5	K6	I	II	III
a	2			I	I		I	X		
b	2			I		I		X		
c	4			II	II		I		X	
d	2					I		X		

e	5	II		II	I	II			X	
f	5	II	II	III		III	II			X

4 Bewertungshinweise

Die Bewertung der erbrachten Prüfungsleistungen hat sich für jede Teilaufgabe nach der am rechten Rand der Aufgabenstellung angegebenen Anzahl maximal erreichbarer Bewertungseinheiten (BE) zu richten.

Für die Bewertung der Gesamtleistung eines Prüflings ist passend zur Konzeption der Aufgaben der Aufgabensammlung und des Abituraufgabenpools ein Bewertungsraster² vorgesehen, das angibt, wie die in den Prüfungsteilen A und B insgesamt erreichten Bewertungseinheiten in Notenpunkte umgesetzt werden.

² Das Bewertungsraster ist Teil des Dokuments „Beschreibung der Struktur“, das auf den Internetseiten des IQB zum Download bereitsteht.