

Gemeinsame Abituraufgabenpools der Länder

Pool für das Jahr 2022

Aufgabe für das Fach Mathematik

Kurzbeschreibung

Anforderungsniveau	Prüfungsteil	Sachgebiet ¹	Aufgabengruppe
erhöht	A	AG/LA (A1)	2

1 Aufgabe

Betrachtet werden stochastische Matrizen, d. h. quadratische Matrizen, deren Spaltensummen jeweils gleich eins sind und in denen alle Elemente größer als null oder gleich null sind.

a Gegeben ist die stochastische Matrix $M = \begin{pmatrix} 0,4 & 0,3 \\ 0,6 & 0,7 \end{pmatrix}$. Bestimmen Sie einen Vektor

\vec{v} mit $\vec{v} \neq \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, für den $M \cdot \vec{v} = \vec{v}$ gilt.

b Zeigen Sie:

Ist N eine stochastische 2×2 -Matrix und \vec{u} ein Vektor mit der Spaltensumme 5, d. h. ein Vektor, bei dem die Summe der Komponenten 5 ist, dann ist auch $N \cdot \vec{u}$ ein Vektor mit der Spaltensumme 5.

BE

2

3

5

¹ verwendete Abkürzungen: AG/LA - Analytische Geometrie/Lineare Algebra, AG/LA (A1) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A1), AG/LA (A2) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A2)

2 Erwartungshorizont

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe eine mögliche Lösung dar. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

	BE
a $\begin{pmatrix} 0,4 & 0,3 \\ 0,6 & 0,7 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \end{pmatrix} \Leftrightarrow v_y = 2v_x$ Damit: $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$	2
b Mit $N = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ und $\vec{u} = \begin{pmatrix} u_x \\ u_y \end{pmatrix}$ ergibt sich $N \cdot \vec{u} = \begin{pmatrix} a \cdot u_x + b \cdot u_y \\ c \cdot u_x + d \cdot u_y \end{pmatrix}$. $a \cdot u_x + b \cdot u_y + c \cdot u_x + d \cdot u_y = (a + c) \cdot u_x + (b + d) \cdot u_y = 1 \cdot u_x + 1 \cdot u_y = u_x + u_y = 5$	3
	5

3 Standardbezug

Teilaufgabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen					
		K1	K2	K3	K4	K5	K6
a	2		II			II	
b	3		III			III	II

4 Bewertungshinweise

Die Bewertung der erbrachten Prüfungsleistungen hat sich für jede Teilaufgabe nach der am rechten Rand der Aufgabenstellung angegebenen Anzahl maximal erreichbarer Bewertungseinheiten (BE) zu richten.

Für die Bewertung der Gesamtleistung eines Prüflings ist passend zur Konzeption der Aufgaben der Aufgabensammlung und des Abituraufgabenpools ein Bewertungsraster² vorgesehen, das angibt, wie die in den Prüfungsteilen A und B insgesamt erreichten Bewertungseinheiten in Notenpunkte umgesetzt werden.

² Das Bewertungsraster ist Teil des Dokuments „Beschreibung der Struktur“, das auf den Internetseiten des IQB zum Download bereitsteht.