

Gemeinsame Abituraufgabenpools der Länder

Pool für das Jahr 2021

Aufgaben für das Fach Mathematik

Kurzbeschreibung

Anforderungsniveau	Prüfungsteil	Sachgebiet ¹	digitales Hilfsmittel
grundlegend	B	Stochastik	WTR

1 Aufgabe

Ein Unternehmen bietet Joghurt in Bechern an. Die Becher werden auf Paletten mit jeweils 20 Bechern ausgeliefert. Bei jedem Becher befindet sich auf der Unterseite des Deckels genau eines von sechs verschiedenen Motiven.

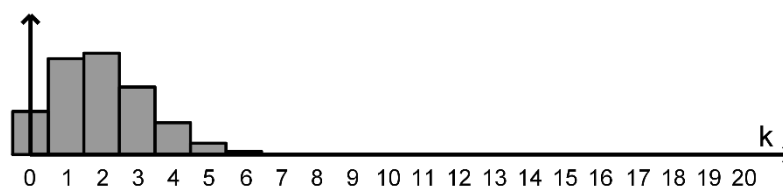
Gegenwärtig wird für jeden Becher eines der sechs Motive zufällig ausgewählt. Drei Becher werden nacheinander geöffnet.

a Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass sich nur im ersten und dritten Becher jeweils das Motiv 1 befindet.

b Geben Sie im Sachzusammenhang ein Ereignis an, dessen Wahrscheinlichkeit durch den Term $\frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{6^3}$ angegeben wird.

Das Unternehmen plant eine Änderung. Künftig soll für jeden Becher das Motiv 6 mit der Wahrscheinlichkeit p ausgewählt werden. Die Zufallsgröße X gibt für eine Palette die Anzahl der Becher mit dem Motiv 6 an.

c Die Abbildung zeigt für einen Wert von p die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X .



BE

2

2

4

¹ verwendete Abkürzungen: AG/LA - Analytische Geometrie/Lineare Algebra, AG/LA (A1) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A1), AG/LA (A2) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A2)

Beurteilen Sie jede der beiden folgenden Aussagen:

I Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass sich auf einer Palette weniger als zwei Becher mit dem Motiv 6 befinden, ist größer als 50 %.

II Der Wert von p ist größer als $\frac{1}{6}$.

Nach der Änderung wird für jeden Becher das Motiv 6 mit der Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{36}$ ausgewählt. Die Wahrscheinlichkeiten, mit denen die anderen fünf Motive ausgewählt werden, stimmen überein.

d Geben Sie jeweils einen Wert von m und n an, sodass mit dem Term

$m \cdot \frac{1}{36} \cdot \left(\frac{35}{36}\right)^n + \left(\frac{35}{36}\right)^{40}$ die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses im Sachzusammenhang berechnet werden kann. Beschreiben Sie das zugehörige Ereignis.

e Kunden können für gesammelte Motive Prämien gewinnen. Der Tabelle können die Kosten entnommen werden, die dem Unternehmen dadurch entstehen.

Motiv	1	2	3	4	5	6
Wahrscheinlichkeit für die Auswahl						$\frac{1}{36}$
Kosten pro Becher	4 Cent	4 Cent	2 Cent	2 Cent	2 Cent	9 Cent

Berechnen Sie die mittleren Kosten pro Becher, die dem Unternehmen durch die Prämien entstehen.

f Bei einem Fünftel aller Becher ist das Motiv farbig gedruckt, bei den anderen Bechern schwarz-weiß. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass sich in einem zufällig ausgewählten Becher mit einem schwarz-weiß gedruckten Motiv das Motiv 6 befindet, beträgt $\frac{1}{48}$. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein zufällig ausgewählter Becher mit einem farbigen Motiv das Motiv 6 enthält.

4

4

4

20

2 Erwartungshorizont

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe eine mögliche Lösung dar. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

	BE
a $\left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \frac{5}{6} = \frac{5}{216}$	2
b Die drei Becher enthalten drei unterschiedliche Motive.	2
c Die Aussage I ist falsch, da der Anteil des Flächeninhalts der beiden Säulen zu $k < 2$ am Flächeninhalt aller dargestellten Säulen nicht größer als 50 % ist. Die Aussage II ist falsch, da für $p > \frac{1}{6}$ wegen $\frac{1}{6} \cdot 20 \approx 3,3$ die Säule zu $k = 2$ nicht die höchste wäre.	4

d	$m = 40, n = 39$ Ereignis: Auf zwei Paletten befinden sich mindestens 39 Becher, die nicht das Motiv 6 enthalten.	4
e	$\frac{7}{36} \cdot (2 \cdot 4 \text{ ct} + 3 \cdot 2 \text{ ct}) + \frac{1}{36} \cdot 9 \text{ ct} \approx 3,0 \text{ ct}$	4
f	$\frac{1}{5} \cdot x + \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{48} = \frac{1}{36} \Leftrightarrow x = 5 \cdot \left(\frac{1}{36} - \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{48} \right) = \frac{1}{18}$	4
		20

3 Standardbezug

Teilaufgabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen						Anforderungsbereich		
		K1	K2	K3	K4	K5	K6	I	II	III
a	2			I		I	I	X		
b	2	II		II	II		I		X	
c	4	II		I	II		II		X	
d	4	II		II	II		I		X	
e	4		I	I	I	I	I	X		
f	4		III	II		I				X

4 Bewertungshinweise

Die Bewertung der erbrachten Prüfungsleistungen hat sich für jede Teilaufgabe nach der am rechten Rand der Aufgabenstellung angegebenen Anzahl maximal erreichbarer Bewertungseinheiten (BE) zu richten.

Für die Bewertung der Gesamtleistung eines Prüflings ist ein Bewertungsraster² vorgesehen, das angibt, wie die in den Prüfungsteilen A und B insgesamt erreichten Bewertungseinheiten in Notenpunkte umgesetzt werden.

² Das Bewertungsraster ist Teil des Dokuments „Beschreibung der Struktur“, das auf den Internetseiten des IQB zum Download bereitsteht.