

Gemeinsame Abituraufgabenpools der Länder

Pool für das Jahr 2021

Aufgaben für das Fach Mathematik

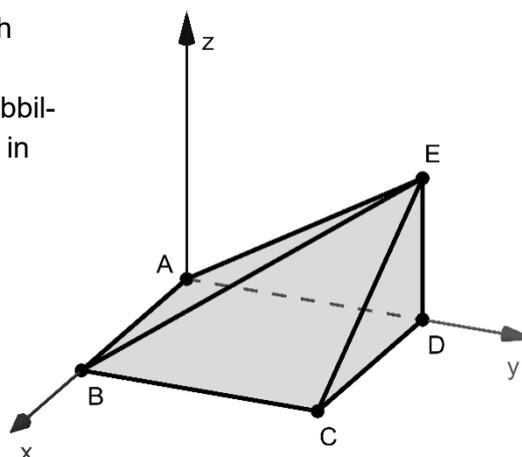
Kurzbeschreibung

| Anforderungsniveau | Prüfungsteil | Sachgebiet ¹ | digitales Hilfsmittel |
|--------------------|--------------|-------------------------|-----------------------|
| grundlegend | B | AG/LA (A2) | WTR |

1 Aufgabe

Die Eckpunkte eines Holzkörpers werden durch $A(0|0|0)$, $B(10|0|0)$, $C(10|10|0)$, $D(0|10|0)$ und $E(0|10|6)$ dargestellt (vgl. Abbildung). Die Punkte B, D und E liegen im Modell in der Symmetrieebene des Körpers.

Eine Längeneinheit im Koordinatensystem entspricht einem Zentimeter in der Realität.



BE

- Zeigen Sie, dass das Dreieck BCE rechtwinklig ist, und berechnen Sie den Inhalt der Oberfläche des Holzkörpers. 5
- Bestimmen Sie eine Gleichung der Ebene L, in der das Dreieck BCE liegt, in Koordinatenform. 3
- Die quadratische Grundfläche des Holzkörpers schließt mit der Seitenfläche, die durch das Dreieck BCE dargestellt wird, einen Winkel ein. Berechnen Sie die Größe dieses Winkels. 2

¹ verwendete Abkürzungen: AG/LA - Analytische Geometrie/Lineare Algebra, AG/LA (A1) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A1), AG/LA (A2) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A2)

| | |
|---|---|
| <p>d Der Holzkörper soll mit einer möglichst kurzen Linie versehen werden, die im Modell vom Eckpunkt A über die Kante \overline{BE} zum Punkt C verläuft. Die Länge dieser Linie in Zentimetern kann folgendermaßen ermittelt werden:</p> $P(10 - 10t 10t 6t)$ $\overline{PC} \circ \overline{PB} = 0 \Leftrightarrow t = \frac{25}{59}$ $2 \cdot \overline{PC} \approx 15,2$ <p>Erläutern Sie dieses Vorgehen.</p> <p>Der Schnittpunkt der Ebene L mit der z-Achse wird mit F bezeichnet.</p> | 4 |
| <p>e Zeichnen Sie F sowie die Geraden, in denen L die xz- und die yz-Ebene schneidet, in die Abbildung ein.</p> | 2 |
| <p>f Ermitteln Sie, um wie viel Prozent das Volumen des Körpers ABCDEF größer ist als das Volumen des Körpers ABCDE, ohne für diese Volumina konkrete Werte zu berechnen.</p> | 4 |
| 20 | |

2 Erwartungshorizont

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe eine mögliche Lösung dar. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

| | BE |
|--|----|
| <p>a</p> $\overline{CB} \circ \overline{CE} = \begin{pmatrix} 0 \\ -10 \\ 0 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} -10 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix} = 0$ <p>$10^2 + 10 \cdot \overline{CE} + 10 \cdot 6 = 160 + 10 \cdot \sqrt{136} \approx 277$, d. h. der Inhalt der Oberfläche beträgt etwa 277 cm^2.</p> | 5 |
| <p>b</p> $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \overline{AC} + r \cdot \overline{CB} + s \cdot \overline{CE}$ <p>liefert $x = 10 - 10s$, $y = 10 - 10r$ und $z = 6s$. Damit ergibt sich $x = 10 - \frac{5}{3}z$.</p> | 3 |
| <p>c</p> $\tan \varphi = \frac{ \overline{DE} }{ \overline{CD} } = \frac{6}{10}, \text{ d. h. } \varphi \approx 31^\circ$ | 2 |
| <p>d Bezeichnet man im Modell denjenigen Punkt der gesuchten Linie, der auf \overline{BE} liegt, mit P, so ist die Länge der Linie aufgrund der Symmetrie des Körpers $2 \cdot \overline{PC}$. Da die Linie möglichst kurz sein soll, steht \overline{PC} senkrecht zu \overline{PB}.</p> | 4 |

| | | |
|----------|--|----|
| e | | 2 |
| f | Volumen des Körpers ABCDE: $V = \frac{1}{3} \cdot \overline{AB} ^2 \cdot \overline{DE} $ Volumen des Körpers ABCDEF: $\frac{1}{2} \cdot \overline{AB} ^2 \cdot \overline{DE} = \frac{3}{2} \cdot V = V + 50\% \cdot V$ | 4 |
| | | 20 |

3 Standardbezug

| Teilaufgabe | BE | allgemeine mathematische Kompetenzen | | | | | | Anforderungsbereich | | |
|-------------|----|--------------------------------------|----|----|-----|----|----|---------------------|----|-----|
| | | K1 | K2 | K3 | K4 | K5 | K6 | I | II | III |
| a | 5 | | | I | I | I | | X | | |
| b | 3 | | | | | II | | | X | |
| c | 2 | | | I | II | I | | | X | |
| d | 4 | III | | II | III | | II | | | X |
| e | 2 | | | | I | | I | X | | |
| f | 4 | II | | | I | I | | | X | |

4 Bewertungshinweise

Die Bewertung der erbrachten Prüfungsleistungen hat sich für jede Teilaufgabe nach der am rechten Rand der Aufgabenstellung angegebenen Anzahl maximal erreichbarer Bewertungseinheiten (BE) zu richten.

Für die Bewertung der Gesamtleistung eines Prüflings ist ein Bewertungsraster² vorgesehen, das angibt, wie die in den Prüfungsteilen A und B insgesamt erreichten Bewertungseinheiten in Notenpunkte umgesetzt werden.

² Das Bewertungsraster ist Teil des Dokuments „Beschreibung der Struktur“, das auf den Internetseiten des IQB zum Download bereitsteht.