

Gemeinsame Abituraufgabenpools der Länder

## Pool für das Jahr 2020

Aufgaben für das Fach Mathematik

### Kurzbeschreibung

Anforderungsniveau	Prüfungsteil	Sachgebiet <sup>1</sup>	digitales Hilfsmittel
grundlegend	B	Stochastik	WTR

### 1 Aufgabe

Das Postunternehmen Q, das jährlich etwa 60 Millionen Briefe befördert, stellt 95 % aller Briefe am ersten Werktag nach ihrer Einlieferung zu.

**1** Für 2000 zufällig ausgewählte Briefe wird untersucht, ob sie am ersten Werktag nach ihrer Einlieferung zugestellt werden.

**a** Begründen Sie, dass die Binomialverteilung dafür geeignet ist, Vorhersagen zum Ergebnis der Untersuchung zu treffen. 2

**b** Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse: 3

A: „Mindestens 1900 der Briefe werden am ersten Werktag nach ihrer Einlieferung zugestellt.“

B: „Mehr als 100 der Briefe werden nicht am ersten Werktag nach ihrer Einlieferung zugestellt.“

**c** Entscheiden Sie für jeden der beiden Terme I und II, ob er die Wahrscheinlichkeit dafür angibt, dass mindestens 100 der ausgewählten Briefe nicht am ersten Werktag nach ihrer Einlieferung zugestellt werden. Begründen Sie jeweils Ihre Entscheidung. 4

$$I \quad 1 - \sum_{k=101}^{2000} \binom{2000}{k} \cdot 0,05^k \cdot 0,95^{2000-k}$$

BE

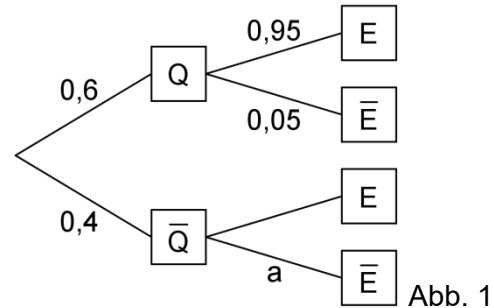
<sup>1</sup> verwendete Abkürzungen: AG/LA (A1) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A1),  
AG/LA (A2) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A2)

$$II \sum_{k=0}^{1900} \binom{2000}{k} \cdot 0,95^k \cdot 0,05^{2000-k}$$

**d** Ermitteln Sie, wie viele Briefe zufällig ausgewählt werden müssten, damit die Standardabweichung für die Anzahl der Briefe, die am ersten Werktag nach ihrer Einlieferung zugestellt werden, doppelt so groß ist wie bei 2000 Briefen.

3

**2** Eine große Firma versendet einen Teil ihrer Briefe mit dem Postunternehmen Q, den anderen Teil mit einem anderen Postunternehmen. Ein Brief dieser Firma wird zufällig ausgewählt und daraufhin untersucht, ob er am ersten Werktag nach seiner Einlieferung zugestellt wird. Die Abbildung 1 stellt den Sachverhalt dar.



**a** Berechnen Sie für  $a = 0,25$  die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der ausgewählte Brief nicht am ersten Werktag nach seiner Einlieferung zugestellt wird.

2

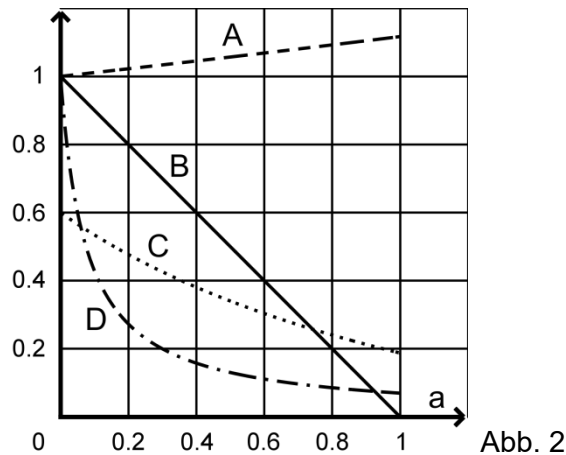
**b** Prüfen Sie für  $a = 0,25$ , ob die Ereignisse „Der ausgewählte Brief wird vom Postunternehmen Q befördert.“ und „Der ausgewählte Brief wird am ersten Werktag nach seiner Einlieferung zugestellt.“ stochastisch unabhängig sind.

2

**c** Der ausgewählte Brief wird nicht am ersten Werktag nach seiner Einlieferung zugestellt. Betrachtet wird die Wahrscheinlichkeit dafür, dass er vom Postunternehmen Q befördert wurde.

4

Einer der in der Abbildung 2 gezeigten Graphen stellt diese Wahrscheinlichkeit in Abhängigkeit von  $a$  dar. Geben Sie diesen Graphen an und begründen Sie Ihre Angabe, ohne zu rechnen.



20

## 2 Erwartungshorizont

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe eine mögliche Lösung dar. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

		BE
1	<b>a</b> Für jeden Brief wird nur untersucht, ob er am ersten Werktag nach seiner Einlieferung zugestellt wird oder nicht. Da die zu untersuchenden 2000 Briefe aus der sehr großen Anzahl aller beförderten Briefe zufällig ausgewählt wurden, kann davon ausgegangen werden, dass die Wahrscheinlichkeit für eine Zustellung am ersten	2

	Werktag nach der Einlieferung für alle ausgewählten Briefe gleich groß ist.	
<b>b</b>	<p>X: Anzahl der Briefe, die am ersten Werktag nach ihrer Einlieferung zugestellt werden</p> <p><math>P(A) = P(X \geq 1900) \approx 52,7\%</math></p> <p><math>P(B) = 1 - P(X \geq 1900) \approx 47,3\%</math></p>	3
<b>c</b>	<p>Der Term I gibt die Wahrscheinlichkeit für das angegebene Ereignis nicht an. Begründung: Der erste Term gibt die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass höchstens 100 der Briefe nicht am ersten Werktag nach ihrer Einlieferung zugestellt werden.</p> <p>Der Term II gibt die Wahrscheinlichkeit für das angegebene Ereignis an. Begründung: Der zweite Term gibt die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass höchstens 1900 der Briefe am ersten Werktag und damit mindestens 100 der Briefe nicht am ersten Werktag nach ihrer Einlieferung zugestellt werden.</p>	4
<b>d</b>	$2 \cdot \sqrt{2000 \cdot 0,95 \cdot 0,05} = \sqrt{8000 \cdot 0,95 \cdot 0,05}$ , d. h. es müssten 8000 Briefe ausgewählt werden.	3
<b>2 a</b>	$0,6 \cdot 0,05 + 0,4 \cdot 0,25 = 0,13$	2
<b>b</b>	Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der Brief am ersten Werktag nach seiner Einlieferung zugestellt wird, beträgt bei Beförderung durch das Postunternehmen Q 95 %, bei Beförderung durch das andere Postunternehmen dagegen 75 %. Die Ereignisse sind also stochastisch abhängig.	2
<b>c</b>	Die betrachtete Wahrscheinlichkeit ist maximal 1. Dieser Wert wird für $a = 0$ angenommen, da der ausgewählte Brief dann mit Sicherheit vom Postunternehmen Q befördert wurde. Auch für $a = 1$ ist dies möglich, die betrachtete Wahrscheinlichkeit also größer als 0. Diese Bedingungen erfüllt nur der Graph D.	4
		20

### 3 Standardbezug

Teilaufgabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen						Anforderungsbereich		
		K1	K2	K3	K4	K5	K6	I	II	III
<b>1 a</b>	2	I		II			II		X	
<b>b</b>	3			I		I	I	X		
<b>c</b>	4	II		II	II	II			X	
<b>d</b>	3		II			II			X	
<b>2 a</b>	2			I	I	I		X		
<b>b</b>	2	I		I	I		I	X		
<b>c</b>	4	III	III	II	II		II			X

## 4 Bewertungshinweise

---

Die Bewertung der erbrachten Prüfungsleistungen hat sich für jede Teilaufgabe nach der am rechten Rand der Aufgabenstellung angegebenen Anzahl maximal erreichbarer Bewertungseinheiten (BE) zu richten.

Für die Bewertung der Gesamtleistung eines Prüflings ist ein Bewertungsraster<sup>2</sup> vorgesehen, das angibt, wie die in den Prüfungsteilen A und B insgesamt erreichten Bewertungseinheiten in Notenpunkte umgesetzt werden.

---

<sup>2</sup> Das Bewertungsraster ist Teil des Dokuments „Beschreibung der Struktur“, das auf den Internetseiten des IQB zum Download bereitsteht.