

Gemeinsame Abituraufgabenpools der Länder

Pool für das Jahr 2019

Aufgaben für das Fach Mathematik

1 Kurzbeschreibung

Anforderungsniveau	Prüfungsteil	Sachgebiet ¹	digitales Hilfsmittel
grundlegend	B	Stochastik	CAS

2 Aufgabe

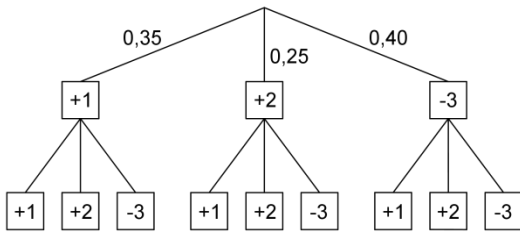
In einer Urne befinden sich Kugeln. 35 % der Kugeln sind mit „+1“ beschriftet, 25 % mit „+2“, die übrigen mit „-3“.	BE
<p>1 a 100-mal nacheinander wird jeweils eine Kugel zufällig entnommen und wieder zurückgelegt. Ermitteln Sie für folgende Ereignisse jeweils die Wahrscheinlichkeit:</p> <p>A: „Mehr als 30 und weniger als 45 der entnommenen Kugeln sind mit „+1“ beschriftet.“</p> <p>B: „Die ersten drei entnommenen Kugeln sind mit „+1“ beschriftet.“</p>	4
<p>b Zeigen Sie, dass die Anzahl der in der Urne insgesamt enthaltenen Kugeln kleiner als 100 sein kann.</p>	2
<p>2 Unter Verwendung der Urne wird ein Spiel durchgeführt. Dabei wird zweimal nacheinander jeweils eine Kugel zufällig entnommen und wieder zurückgelegt. Die Zahlen auf den entnommenen Kugeln werden addiert. Ist das Ergebnis positiv, gewinnt der Spieler den Wert der Summe als Betrag in Euro, ist das Ergebnis negativ, verliert er den entsprechenden Betrag.</p>	
<p>a Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Spieler bei einem Spiel mehr als 3 Euro gewinnt.</p>	2
<p>b Zeigen Sie, dass die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Spieler bei einem Spiel einen Gewinn erzielt, 36 % beträgt.</p>	3

¹ verwendete Abkürzungen: AG/LA (A1) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A1),
AG/LA (A2) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A2)

	c Ermitteln Sie für einen Spieler mithilfe eines Baumdiagramms den durchschnittlichen Verlust pro Spiel.	4
3	Die Anzahl der in der Urne tatsächlich enthaltenen Kugeln ist n . In die Urne werden zwei zusätzliche Kugeln gelegt, eine davon ist mit „+1“ beschriftet, die andere mit „+2“. Anschließend wird eine Kugel zufällig entnommen.	
	a Begründen Sie, dass die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die entnommene Kugel mit „+1“ beschriftet ist, durch den Term $\frac{0,35n+1}{n+2}$ angegeben wird.	2
	b Durch das Hinzufügen nimmt sowohl die Wahrscheinlichkeit dafür zu, dass die entnommene Kugel mit „+1“ beschriftet ist, als auch die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die entnommene Kugel mit „+2“ beschriftet ist. Entscheiden Sie, für welche der beiden Wahrscheinlichkeiten die Zunahme größer ist, und begründen Sie Ihre Entscheidung.	3
		20

3 Erwartungshorizont

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe eine mögliche Lösung dar. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

		BE
1 a	$P(A) \approx 80,2\%$ $P(B) = 0,35^3 \approx 4,3\%$	4
b	$\frac{35}{100} = \frac{7}{20}$, $\frac{25}{100} = \frac{5}{20}$ Eine mögliche Anzahl ist 20.	2
2 a	$0,25^2 = 6,25\%$	2
b	$0,35^2 + 2 \cdot 0,35 \cdot 0,25 + 0,25^2 = 36\%$	3
c	 <p> $0,35^2 \cdot 2 + 2 \cdot 0,35 \cdot 0,25 \cdot 3 + 0,25^2 \cdot 4 + 2 \cdot 0,25 \cdot 0,4 \cdot (-1) +$ $+ 2 \cdot 0,35 \cdot 0,4 \cdot (-2) + 0,4^2 \cdot (-6) = -0,7$ </p> Pro Spiel ist ein durchschnittlicher Verlust von 70 Cent zu erwarten.	4
3 a	Die Anzahl der Kugeln in der Urne ist $n + 2$. Vor der Ergänzung beträgt die Anzahl der Kugeln, die mit „+1“ beschriftet sind, $0,35 \cdot n$, nach der Ergänzung also $0,35 \cdot n + 1$.	2

	b	Es gilt: $\frac{0,25n+1}{n+2} - 0,25 > \frac{0,35n+1}{n+2} - 0,35$ Die Zunahme der Wahrscheinlichkeit dafür, dass die entnommene Kugel mit „+2“ beschriftet ist, ist größer.	3
			20

4 Standardbezug

Teilaufgabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen						Anforderungsbereich		
		K1	K2	K3	K4	K5	K6	I	II	III
1 a	4			I		I		X		
b	2	II	II			I			X	
2 a	2			I		I	I	X		
b	3			II		II			X	
c	4			II	II	II			X	
3 a	2	III		II			III			X
b	3	III	III			III				X

5 Bewertungshinweise

Die Bewertung der erbrachten Prüfungsleistungen hat sich für jede Teilaufgabe nach der am rechten Rand der Aufgabenstellung angegebenen Anzahl maximal erreichbarer Bewertungseinheiten (BE) zu richten.

Für die Bewertung der Gesamtleistung eines Prüflings ist ein Bewertungsraster² vorgesehen, das angibt, wie die in den Prüfungsteilen A und B insgesamt erreichten Bewertungseinheiten in Notenpunkte umgesetzt werden.

² Das Bewertungsraster ist Teil des Dokuments „Beschreibung der Struktur“, das auf den Internetseiten des IQB zum Download bereitsteht.