

Gemeinsame Abituraufgabenpools der Länder

# Pool für das Jahr 2019

## Aufgaben für das Fach Mathematik

### Kurzbeschreibung

Anforderungsniveau	Prüfungsteil	Sachgebiet <sup>1</sup>	digitales Hilfsmittel
grundlegend	B	AG/LA (A2)	CAS

### 1 Aufgabe

BE

Die Abbildung zeigt ein Gebäude des Flughafens von Palma de Mallorca. Im eingezeichneten kartesischen Koordinatensystem kann die 140 Meter lange Dachkonstruktion modellhaft durch einen halben Zylinder und drei Prismen zusammengesetzt werden; die dreieckigen Grundflächen dieser Prismen sind kongruent.



Der Boden des Gebäudes sowie die Startbahnen des Flughafens liegen im Modell in der  $xy$ -Ebene. Die Seitenkanten der Prismen verlaufen parallel zur  $y$ -Achse. Die Punkte  $A(7|0|4)$ ,  $B(0|0|4)$  und  $C(3,5|0|7,5)$  sind Eckpunkte eines der Prismen. Eine Längeneinheit im Koordinatensystem entspricht einem Meter in der Realität.

- a Weisen Sie nach, dass das Dreieck ABC gleichschenkelig und im Punkt C rechtwinklig ist.

3

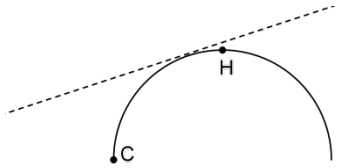
<sup>1</sup> verwendete Abkürzungen: AG/LA (A1) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A1),  
AG/LA (A2) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A2)

<p><b>b</b> Bestimmen Sie das Volumen der gesamten Dachkonstruktion.</p> <p>Der Abbildung liegt ein Foto zugrunde. Die Position der Kamera, mit der dieses Foto aufgenommen wurde, wird durch den Punkt <math>K(30   20   1,5)</math> dargestellt. Die weiße Dachfläche, die mit dem Schriftzug „Aeropuerto de Palma de Mallorca“ versehen ist, liegt im Modell in der Ebene <math>E</math>.</p> <p><b>c</b> Ermitteln Sie eine Gleichung von <math>E</math> in Koordinatenform.</p> <p style="text-align: right;"><i>(zur Kontrolle: <math>E : x + z = 11</math>)</i></p> <p><b>d</b> Eine Sichtlinie verläuft von der Kamera geradlinig zum Mittelpunkt der weißen Dachfläche. Berechnen Sie die Größe des Winkels, den diese Sichtlinie mit der Dachfläche einschließt.</p> <p>Hinter dem Gebäude startet ein Flugzeug. Ab einer bestimmten Höhe über der Startbahn ist die Flugzeugspitze von der Position der Kamera aus oberhalb des Gebäudes sichtbar. Im Folgenden soll diese Höhe ermittelt werden.</p> <p><b>e</b> Begründen Sie anhand einer geeignet beschrifteten Skizze, dass diejenigen Punkte der Dachkonstruktion, die am höchsten über dem Boden des Gebäudes liegen, für die Ermittlung der gesuchten Höhe keine Rolle spielen.</p> <p><b>f</b> Von der Position der Kamera aus wird die Flugzeugspitze unmittelbar oberhalb derjenigen Punkte der Dachkonstruktion sichtbar, die im Modell näherungsweise auf der Gerade mit der Gleichung <math>\vec{x} = \begin{pmatrix} 1,1 \\ 0 \\ 10,9 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}</math> liegen. Die Spitze des startenden Flugzeugs bewegt sich im Modell entlang der Gerade mit der Gleichung <math>\vec{x} = \begin{pmatrix} -60 \\ -990 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -1000 \\ 0 \\ 350 \end{pmatrix}</math>. Ermitteln Sie die gesuchte Höhe.</p>	<p>3</p> <p>3</p> <p>4</p> <p>2</p> <p>5</p> <p>20</p>
--	--

## 2 Erwartungshorizont

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe eine mögliche Lösung dar. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

	BE
<p><b>a</b> <math>\vec{CA} = \begin{pmatrix} 3,5 \\ 0 \\ -3,5 \end{pmatrix}</math>, <math>\vec{CB} = \begin{pmatrix} -3,5 \\ 0 \\ -3,5 \end{pmatrix}</math>, <math> \vec{CA}  =  \vec{CB} </math>, <math>\vec{CA} \circ \vec{CB} = 0</math></p>	3
<p><b>b</b> <math>\left(3 \cdot \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 3,5 + \frac{1}{2} \cdot 3,5^2 \cdot \pi\right) \cdot 140 \approx 7839</math>, d. h. das Volumen beträgt etwa <math>7800 \text{ m}^3</math>.</p>	3

<b>c</b>	$E: \vec{x} = \overline{OA} + t \cdot \overline{CA} + u \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}; t, u \in \mathbb{R}$ <p>Das daraus resultierende Gleichungssystem</p> $\text{I } x = 7 + 3,5t \qquad \text{II } y = -u \qquad \text{III } z = 4 - 3,5t$ <p>liefert <math>x + z = 11</math>.</p>	3
<b>d</b>	<p>Der Mittelpunkt der Dachfläche wird durch den Punkt <math>M(5,25   -70   5,75)</math> dargestellt.</p> <p>Mit <math>\overline{MK} = \begin{pmatrix} 24,75 \\ 90 \\ -4,25 \end{pmatrix}</math> und <math>\vec{n} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}</math> ergibt sich: <math>\sin \varphi = \frac{ \overline{MK} \circ \vec{n} }{ \overline{MK}  \cdot  \vec{n} }</math>, d. h. <math>\varphi \approx 8,9^\circ</math></p>	4
<b>e</b>	 <p>H stellt einen der Punkte der Dachkonstruktion dar, die am höchsten über dem Boden des Gebäudes liegen, die gestrichelte Linie eine von der Kamera ausgehende Sichtlinie.</p>	2
<b>f</b>	<p>Gerade durch K und die Punkte, die die Positionen der Flugzeugspitze beschreiben:</p> $i: \vec{x} = \begin{pmatrix} 30 \\ 20 \\ 1,5 \end{pmatrix} + v \cdot \begin{pmatrix} -60 \\ -990 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -1000 \\ 0 \\ 350 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 30 \\ 20 \\ 1,5 \end{pmatrix}; v \in \mathbb{R}$ $\begin{pmatrix} 30 \\ 20 \\ 1,5 \end{pmatrix} + v \cdot \begin{pmatrix} -60 \\ -990 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -1000 \\ 0 \\ 350 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 30 \\ 20 \\ 1,5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1,1 \\ 0 \\ 10,9 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ <p>liefert <math>s \approx 1,244</math>.</p> <p>Damit ergibt sich eine Höhe von etwa <math>1,244 \cdot 350 \text{ m} \approx 435 \text{ m}</math>.</p>	5
		20

### 3 Standardbezug

Teilaufgabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen						Anforderungsbereich		
		K1	K2	K3	K4	K5	K6	I	II	III
a	3	I			I	I		X		
b	3		I		I	I		X		
c	3				I	II	I		X	
d	4			I	I	II			X	
e	2	II			II		I		X	
f	5		III	III		III				X

## 4 Bewertungshinweise

---

Die Bewertung der erbrachten Prüfungsleistungen hat sich für jede Teilaufgabe nach der am rechten Rand der Aufgabenstellung angegebenen Anzahl maximal erreichbarer Bewertungseinheiten (BE) zu richten.

Für die Bewertung der Gesamtleistung eines Prüflings ist ein Bewertungsraster<sup>2</sup> vorgesehen, das angibt, wie die in den Prüfungsteilen A und B insgesamt erreichten Bewertungseinheiten in Notenpunkte umgesetzt werden.

---

<sup>2</sup> Das Bewertungsraster ist Teil des Dokuments „Beschreibung der Struktur“, das auf den Internetseiten des IQB zum Download bereitsteht.