

Gemeinsame Abituraufgabenpools der Länder

Pool für das Jahr 2019

Aufgaben für das Fach Mathematik

Kurzbeschreibung

Anforderungsniveau	Prüfungsteil	Sachgebiet ¹	digitales Hilfsmittel
erhöht	B	Stochastik	WTR

1 Aufgabe

Ein Unternehmen organisiert Fahrten mit einem Ausflugsschiff.

1 Betrachtet wird zunächst eine Fahrt, bei der das Schiff mit 60 Fahrgästen voll besetzt ist. Zu Beginn der Fahrt werden drei Fahrgäste zufällig ausgewählt; diese erhalten jeweils ein Freigetränk.

a Ermitteln Sie die Anzahl möglicher Dreiergruppen, die sich bei der Auswahl ergeben können.

b Zwei Drittel der Fahrgäste kommen aus Deutschland, die übrigen aus anderen Ländern. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die drei ausgewählten Fahrgäste aus Deutschland kommen.

c Unter den Fahrgästen befinden sich Erwachsene und Kinder. Die Hälfte der Fahrgäste isst während der Fahrt ein Eis, von den Erwachsenen nur jeder Dritte, von den Kindern 75 %. Berechnen Sie, wie viele Kinder an der Fahrt teilnehmen.

2 Möchte man an einer Fahrt teilnehmen, so muss man dafür im Voraus eine Reservierung vornehmen. Erfahrungsgemäß erscheinen von den Personen mit Reservierung einige nicht zur Fahrt. Für die 60 Plätze lässt das Unternehmen deshalb bis zu 64 Reservierungen zu. Es soll davon ausgegangen werden, dass für jede Fahrt tatsächlich 64 Reservierungen vorgenommen werden. Erscheinen mehr als 60 Personen mit Reservierung zur Fahrt, so können nur 60 von ihnen daran teilnehmen; die übrigen müssen abgewiesen werden.

BE

2

2

3

¹ verwendete Abkürzungen: AG/LA (A1) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A1),
AG/LA (A2) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A2)

Vereinfachend soll angenommen werden, dass die Anzahl der Personen mit Reservierung, die zur Fahrt erscheinen, binomialverteilt ist, wobei die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine zufällig ausgewählte Person mit Reservierung nicht zur Fahrt erscheint, 10 % beträgt.

- a** Geben Sie einen Grund dafür an, dass es sich bei dieser Annahme im Sachzusammenhang um eine Vereinfachung handelt. 1
- b** Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass mindestens eine Person mit Reservierung abgewiesen werden muss. 3
- c** Für das Unternehmen wäre es hilfreich, wenn die Wahrscheinlichkeit dafür, mindestens eine Person mit Reservierung abweisen zu müssen, kleiner als ein Prozent wäre. Dazu müsste die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine zufällig ausgewählte Person mit Reservierung nicht zur Fahrt erscheint, mindestens einen bestimmten Wert haben. Ermitteln Sie diesen Wert auf ganze Prozent genau. 4

Das Unternehmen richtet ein Online-Portal zur Reservierung ein und vermutet, dass dadurch der Anteil der Personen mit Reservierung, die zur jeweiligen Fahrt nicht erscheinen, zunehmen könnte. Als Grundlage für die Entscheidung darüber, ob pro Fahrt künftig mehr als 64 Reservierungen zugelassen werden, soll die Nullhypothese „Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine zufällig ausgewählte Person mit Reservierung nicht zur Fahrt erscheint, beträgt höchstens 10 %.“ mithilfe einer Stichprobe von 200 Personen mit Reservierung auf einem Signifikanzniveau von 5 % getestet werden. Vor der Durchführung des Tests wird festgelegt, die Anzahl der möglichen Reservierungen pro Fahrt nur dann zu erhöhen, wenn die Nullhypothese aufgrund des Testergebnisses abgelehnt werden müsste.

- d** Ermitteln Sie für den beschriebenen Test die zugehörige Entscheidungsregel. 5
- e** Entscheiden Sie, ob bei der Wahl der Nullhypothese eher das Interesse, dass weniger Plätze frei bleiben sollen, oder das Interesse, dass nicht mehr Personen mit Reservierung abgewiesen werden müssen, im Vordergrund stand. Begründen Sie Ihre Entscheidung. 3
- f** Beschreiben Sie den Fehler zweiter Art im Sachzusammenhang. 2

25

2 Erwartungshorizont

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe eine mögliche Lösung dar. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

		BE
1 a	$\binom{60}{3} = 34220$	2
b	$\frac{40}{60} \cdot \frac{39}{59} \cdot \frac{38}{58} \approx 28,9\%$	2

	c	Bezeichnet man die Anzahl der an der Fahrt teilnehmenden Kinder mit k , so ist die Anzahl der Kinder, die ein Eis essen, $\frac{3}{4}k$, die Anzahl der Erwachsenen, die ein Eis essen, $\frac{1}{3} \cdot (60 - k)$. Damit: $\frac{3}{4}k + \frac{1}{3} \cdot (60 - k) = 30 \Leftrightarrow \frac{5}{12}k = 10 \Leftrightarrow k = 24$	3
2	a	Das Erscheinen bzw. Nichterscheinen erfolgt in der Regel für einige Personen mit Reservierung (z. B. befreundete Personen) nicht unabhängig voneinander.	1
	b	X : Anzahl der nicht erscheinenden Personen mit Reservierung $P_{0,1}^{64}(X \leq 3) \approx 10,6\%$	3
	c	$P_{0,14}^{64}(X \leq 3) \approx 1,6\%$, $P_{0,15}^{64}(X \leq 3) \approx 0,9\%$ Die Wahrscheinlichkeit müsste mindestens 15 % betragen.	4
	d	Der Fehler erster Art darf selbst bei der größten Wahrscheinlichkeit, die im Rahmen der Nullhypothese liegt, höchstens 5 % betragen. $P_{0,1}^{200}(X \geq 27) \approx 6,7\%$, $P_{0,1}^{200}(X \geq 28) \approx 4,3\%$ Erscheinen mindestens 28 Personen mit Reservierung nicht zur Fahrt, so wird die Nullhypothese abgelehnt.	5
	e	Bei der Durchführung des Tests beträgt das Risiko, die Anzahl der Reservierungen irrtümlich zu erhöhen, höchstens 5 % und ist damit gering. Die Wahrscheinlichkeit dafür, irrtümlich bei der bisherigen Anzahl zu bleiben, kann dagegen wesentlich größer sein. Damit stand bei der Wahl der Nullhypothese das Interesse im Vordergrund, dass nicht mehr Personen mit Reservierung abgewiesen werden müssen.	3
	f	Der Fehler zweiter Art tritt ein, wenn die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine Person mit Reservierung nicht zur Fahrt erscheint, tatsächlich größer ist als 10 %, das Unternehmen aufgrund des Testergebnisses aber bei der bisherigen Anzahl der Reservierungen bleibt.	2
			25

3 Standardbezug

Teilaufgabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen						Anforderungsbereich		
		K1	K2	K3	K4	K5	K6	I	II	III
1 a	2			I		I	I	X		
b	2		I	I		I		X		
c	3		II			II	I		X	
2 a	1	I		I			I	X		
b	3		II	II		I			X	
c	4	II	III			II				X
d	5		II			II	II		X	
e	3	III		III			III			X
f	2			II			II		X	

4 Bewertungshinweise

Die Bewertung der erbrachten Prüfungsleistungen hat sich für jede Teilaufgabe nach der am rechten Rand der Aufgabenstellung angegebenen Anzahl maximal erreichbarer Bewertungseinheiten (BE) zu richten.

Für die Bewertung der Gesamtleistung eines Prüflings ist ein Bewertungsraster² vorgesehen, das angibt, wie die in den Prüfungsteilen A und B insgesamt erreichten Bewertungseinheiten in Notenpunkte umgesetzt werden.

² Das Bewertungsraster ist Teil des Dokuments „Beschreibung der Struktur“, das auf den Internetseiten des IQB zum Download bereitsteht.