

Gemeinsame Abituraufgabenpools der Länder

Pool für das Jahr 2019

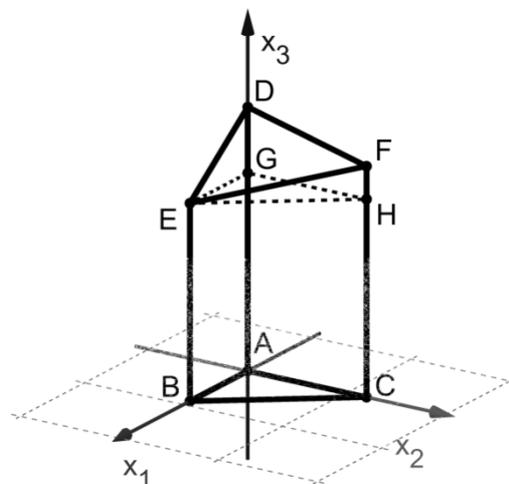
Aufgaben für das Fach Mathematik

Kurzbeschreibung

Anforderungsniveau	Prüfungsteil	Sachgebiet ¹	digitales Hilfsmittel
erhöht	B	AG/LA (A2)	CAS

1 Aufgabe

Die Abbildung zeigt den Körper ABCDEF mit $B(4,5|0|0)$, $D(0|0|12)$, $E(4,5|0|9)$ und $F(0|6|10,5)$. Die Grundfläche liegt in der x_1x_2 -Ebene, die Seitenflächen stehen dazu senkrecht. Die Punkte G und H liegen auf den Kanten \overline{AD} bzw. \overline{CF} und haben die gleiche x_3 -Koordinate wie E.



a Begründen Sie, dass das Viereck DGHF ein Trapez ist, und bestimmen Sie das Volumen des Teilkörpers DGHFE.

Der Punkt $M(m_1 | m_2 | 0)$ hat von allen Seiten des Dreiecks ABC den gleichen Abstand.

b Begründen Sie, dass $m_1 = m_2$ gilt.

BE

4

2

¹ verwendete Abkürzungen: AG/LA (A1) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A1),
AG/LA (A2) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A2)

- c** Die Gleichungen I und II liefern gemeinsam die Lösung einer Aufgabe: 5

$$I \quad \begin{pmatrix} 4,5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -4,5 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} m_1 \\ m_1 \\ 0 \end{pmatrix} = m_1 \quad \quad II \quad \left(\begin{pmatrix} 4,5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -4,5 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} m_1 \\ m_1 \\ 0 \end{pmatrix} \right) \circ \begin{pmatrix} -4,5 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix} = 0$$

Formulieren Sie eine passende Aufgabenstellung und erläutern Sie die beiden Gleichungen.

Betrachtet wird die Ebene $W : \vec{x} = \begin{pmatrix} 4,5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -4,5 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -6 \\ 12 \end{pmatrix}$ mit $r, s \in \mathbb{R}$.

- d** Bestimmen Sie die Koordinaten der beiden Schnittpunkte von W mit den Kanten \overline{AD} und \overline{CF} . Zeichnen Sie in die Abbildung die Figur ein, in der W den Körper $ABCDEF$ schneidet. 4

- e** Die Ebene W schneidet die Strecke \overline{GH} . Bestimmen Sie rechnerisch das Verhältnis, in dem der Schnittpunkt diese Strecke teilt. 4

Betrachtet wird zudem die Schar der Geraden $g_u : \vec{x} = \begin{pmatrix} 4,5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -4,5 \\ 6 - 6u \\ 12u \end{pmatrix}$ mit $u \in \mathbb{R}$ und

$t \in \mathbb{R}$.

- f** Ermitteln Sie diejenigen Werte von u , für die g_u die x_1x_2 -Ebene jeweils unter einem Winkel der Größe 30° schneidet. 3

- g** Begründen Sie, dass die folgende Aussage falsch ist: 3

Jeder Punkt der Ebene W liegt auf einer Gerade der Schar.

25

2 Erwartungshorizont

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe eine mögliche Lösung dar. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

	BE
<p>a Die Seiten \overline{DG} und \overline{FH} des Vierecks stehen senkrecht zur x_1x_2-Ebene und sind damit parallel zueinander.</p> $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot (3 + 1,5) \cdot 6 \cdot 4,5 = 20,25$	4
<p>b Aufgrund der besonderen Lage des Dreiecks im Koordinatensystem, sind m_1 und m_2 die Abstände des Punkts M von \overline{AB} bzw. \overline{AC}. Diese Abstände stimmen überein.</p>	2

c	Aufgabenstellung: „Bestimmen Sie den Wert von m_1 .“ Jeder Punkt der Gerade BC lässt sich in der Form $\begin{pmatrix} 4,5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -4,5 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix}$ mit $r \in \mathbb{R}$ darstellen. Einer dieser Punkte hat von M den Abstand m_1 . Außerdem steht der Verbindungsvektor von M und diesem Punkt senkrecht zum Richtungsvektor der Gerade BC.	5	
d	$x_1 = 0$ und $x_2 = 0$ liefern $(0 0 12)$, $x_1 = 0$ und $x_2 = 6$ $(0 6 0)$.		4
e	Der betrachtete Schnittpunkt liegt auf der Gerade durch C und D. \overline{AC} ist parallel zu \overline{GH} . Bezeichnet man den Schnittpunkt mit S, so gilt folglich $\frac{ GS }{ SH } = \frac{ GD }{ GA } = \frac{1}{3}$.	4	
f	$\sin(30^\circ) = \frac{\begin{pmatrix} -4,5 \\ 6 - 6u \\ 12u \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}}{\begin{pmatrix} -4,5 \\ 6 - 6u \\ 12u \end{pmatrix} \cdot 1}$ liefert $u_1 \approx -0,5$ und $u_2 \approx 0,3$.	3	
g	Die Koordinaten des Punkts $(4,5 -6 12)$ erfüllen die Gleichung von W, aber nicht die Gleichung von g_u .	3	
		25	

3 Standardbezug

Teilaufgabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen						Anforderungsbereich		
		K1	K2	K3	K4	K5	K6	I	II	III
a	4	I			I	I		X		
b	2	I				I	I	X		
c	5	III			III		II			X
d	4		II		II	II			X	
e	4		II		II	I			X	
f	3		II			II	I		X	
g	3	III			III	II				X

4 Bewertungshinweise

Die Bewertung der erbrachten Prüfungsleistungen hat sich für jede Teilaufgabe nach der am rechten Rand der Aufgabenstellung angegebenen Anzahl maximal erreichbarer Bewertungseinheiten (BE) zu richten.

Für die Bewertung der Gesamtleistung eines Prüflings ist ein Bewertungsraster² vorgesehen, das angibt, wie die in den Prüfungsteilen A und B insgesamt erreichten Bewertungseinheiten in Notenpunkte umgesetzt werden.

² Das Bewertungsraster ist Teil des Dokuments „Beschreibung der Struktur“, das auf den Internetseiten des IQB zum Download bereitsteht.