

Gemeinsame Abituraufgabenpools der Länder

Pool für das Jahr 2018

Aufgaben für das Fach Mathematik

Kurzbeschreibung

Anforderungsniveau	Prüfungsteil	Sachgebiet	digitales Hilfsmittel
grundlegend	B	Stochastik	WTR

1 Aufgabe

Eine Firma stellt Flachbildschirme her. Im Mittel ist einer von fünf hergestellten Bildschirmen fehlerhaft. Es soll angenommen werden, dass die Anzahl fehlerhafter Geräte unter zufällig ausgewählten Bildschirmen durch eine binomialverteilte Zufallsgröße beschrieben werden kann.

a Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse:

A: „Von 50 zufällig ausgewählten Bildschirmen sind höchstens 8 fehlerhaft.“

B: „Von 200 zufällig ausgewählten Bildschirmen sind mehr als 30 und weniger als 50 fehlerhaft.“

b Bestimmen Sie die Anzahl fehlerhafter Geräte, die unter 250 zufällig ausgewählten Bildschirmen mit der größten Wahrscheinlichkeit auftritt.

c Beurteilen Sie die folgende Aussage:

Wird eine Stichprobe von Bildschirmen um einen zufällig ausgewählten Bildschirm ergänzt, so ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass alle Geräte fehlerfrei sind, nach der Ergänzung geringer als vorher.

d Der Herstellungsprozess soll verbessert werden. Damit soll erreicht werden, dass die Wahrscheinlichkeit dafür, dass unter 25 zufällig ausgewählten Bildschirmen keiner fehlerhaft ist, mindestens 10 % beträgt. Ermitteln Sie, wie groß der Anteil fehlerhafter Geräte nach der Verbesserung höchstens sein darf.

BE

4

2

3

4

Fehler der Bildschirme treten am häufigsten in Form eines defekten Displays sowie in Form eines defekten Netzteils auf. Für einen zufällig ausgewählten Bildschirm beträgt die Wahrscheinlichkeit dafür, dass

- ◆ das Display defekt ist, 10,7 %,
- ◆ weder das Display noch das Netzteil defekt ist, 87,3 %,
- ◆ das Netzteil defekt ist, 3,0 %.

- e** Stellen Sie den Sachverhalt in einer vollständig ausgefüllten Vierfeldertafel dar. 3
- f** Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein zufällig ausgewählter Bildschirm mit defektem Display ein defektes Netzteil besitzt. 2
- g** Jeder Bildschirm wird vor der Auslieferung abschließend geprüft. Von vierzig abschließend geprüften Bildschirmen, unter denen sechs fehlerhaft sind, werden zehn zufällig ausgewählt. Beurteilen Sie, ob die Anzahl fehlerhafter Bildschirme unter den ausgewählten binomialverteilt ist. 2

20

2 Erwartungshorizont

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe dar, in welchem Umfang und in welcher Form eine Lösung erwartet wird; nicht alle Lösungen sind dazu vollständig ausgeführt. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

		BE																
a	X: Anzahl der fehlerhaften Bildschirme $P_{0,2}^{50}(X \leq 8) \approx 30,7\%$ $P_{0,2}^{200}(30 < X < 50) \approx 90,8\%$	4																
b	$250 \cdot 0,2 = 50$, der Erwartungswert für die Anzahl fehlerhafter Geräte unter den Bildschirmen ist also ganzzahlig. Damit ist die gesuchte Anzahl 50.	2																
c	Die Aussage ist richtig. Begründung: $0,8^{n+1} < 0,8^n$	3																
d	$(1-x)^{25} \geq 0,1 \Leftrightarrow x \leq 1 - 0,1^{\frac{1}{25}}$, wobei $1 - 0,1^{\frac{1}{25}} \approx 8,8\%$	4																
e	D: „Das Display ist defekt.“ N: „Das Netzteil ist defekt.“ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th></th> <th>D</th> <th>\bar{D}</th> <th></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <th>N</th> <td style="text-align: center;">1,0 %</td> <td style="text-align: center;">2,0 %</td> <td style="text-align: center;">3,0 %</td> </tr> <tr> <th>\bar{N}</th> <td style="text-align: center;">9,7 %</td> <td style="text-align: center;">87,3 %</td> <td style="text-align: center;">97,0 %</td> </tr> <tr> <td></td> <td style="text-align: center;">10,7 %</td> <td style="text-align: center;">89,3 %</td> <td style="text-align: center;">100 %</td> </tr> </tbody> </table>		D	\bar{D}		N	1,0 %	2,0 %	3,0 %	\bar{N}	9,7 %	87,3 %	97,0 %		10,7 %	89,3 %	100 %	3
	D	\bar{D}																
N	1,0 %	2,0 %	3,0 %															
\bar{N}	9,7 %	87,3 %	97,0 %															
	10,7 %	89,3 %	100 %															
f	$\frac{0,01}{0,107} \approx 9,3\%$	2																

g	Die Anzahl fehlerhafter Bildschirme unter den ausgewählten ist nicht binomialverteilt. Begründung: Wäre die Anzahl fehlerhafter Bildschirme unter den ausgewählten binomialverteilt, so wäre es beispielsweise möglich, dass sieben Bildschirme fehlerhaft sind. Dies steht jedoch im Widerspruch zum Sachzusammenhang.	2
		20

3 Standardbezug

Teil-aufg.	BE	Leitideen					allgemeine mathematische Kompetenzen ¹						Anforderungsbereich		
		L1	L2	L3	L4	L5	K1	K2	K3	K4	K5	K6	I	II	III
a	4				X	X			I		I		X		
b	2		X			X			I		I		X		
c	3					X	II				II	II		X	
d	4	X				X		III	II		III				X
e	3					X		I		II		II		X	
f	2					X			II	II		I		X	
g	2				X	X	II		II			II		X	

4 Bewertungshinweise

Die Bewertung der erbrachten Prüfungsleistungen hat sich für jede Teilaufgabe nach der am rechten Rand der Aufgabenstellung angegebenen Anzahl maximal erreichbarer Bewertungseinheiten (BE) zu richten.

Für die Bewertung der Gesamtleistung eines Prüflings ist passend zur Konzeption der Aufgaben der Aufgabensammlung und des Abituraufgabenpools ein Bewertungsraster² vorgesehen, das angibt, wie die in den Prüfungsteilen A und B insgesamt erreichten Bewertungseinheiten in Notenpunkte umgesetzt werden.

¹ Für jede Kompetenz, die bei der Bearbeitung der Teilaufgabe eine wesentliche Rolle spielt, ist der Anforderungsbereich (I, II oder III) eingetragen, in dem die Kompetenz benötigt wird.

² Das Bewertungsraster ist Teil des Dokuments „Beschreibung der Struktur“, das auf den Internetseiten des IQB zum Download bereitsteht.