

Gemeinsame Abituraufgabenpools der Länder

Pool für das Jahr 2018

Aufgabe für das Fach Mathematik

Kurzbeschreibung

Anforderungsniveau	Prüfungsteil	Sachgebiet ¹	digitales Hilfsmittel
grundlegend	B	AG/LA (A1)	WTR

1 Aufgabe

In einer Stadt gibt es zwei Baumärkte A und B. Modellhaft soll davon ausgegangen werden, dass von den Kunden, die in einem Monat bei den Baumärkten A und B einkaufen, im nächsten Monat stets 70 % bzw. 80 % wieder beim selben Baumarkt einkaufen. Die anderen Kunden wechseln jeweils zum anderen Baumarkt.

- a** Stellen Sie das Wechseln der Kunden zwischen den Baumärkten von einem Monat zum nächsten in einem Übergangendiagramm dar. 2
- b** In einem bestimmten Monat hat der Baumarkt A 4000 Kunden und der Baumarkt B 6000 Kunden. Ermitteln Sie für jeden der beiden Baumärkte die Anzahl der Kunden, die im folgenden Monat zum jeweils anderen Baumarkt wechseln und interpretieren Sie das Ergebnis im Sachzusammenhang. 3

In der Stadt eröffnet ein dritter Baumarkt C. Die Verteilungen der Kunden auf die Baumärkte A, B und C werden modellhaft durch Vektoren der Form $\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ beschrieben, wobei

a die Anzahl der Kunden des Baumarkts A, b die Anzahl der Kunden des Baumarkts B und c die Anzahl der Kunden des Baumarkts C bezeichnet. Damit kann die Entwicklung der Kundenverteilung von einem Monat n zum nächsten durch die Matrix

BE

¹ verwendete Abkürzungen: AG/LA (A1) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A1),
AG/LA (A2) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A2)

$$M = \begin{pmatrix} 0,63 & 0,18 & 0,3 \\ 0,27 & 0,72 & 0,45 \\ 0,1 & 0,1 & 0,25 \end{pmatrix} \text{ und die Gleichung } M \cdot \vec{v}_n = \vec{v}_{n+1} \text{ beschrieben werden.}$$

In einem Sommermonat hat der Baumarkt A 3700 Kunden, der Baumarkt B 5100 Kunden und der Baumarkt C 1200 Kunden.

- c** Geben Sie ein Gleichungssystem an, mit dem die Anzahlen der Kunden der Baumärkte im Monat vor dem genannten Sommermonat ermittelt werden können. 2
- d** In dem Monat, der auf den genannten Sommermonat folgt, hat der Baumarkt A 3609 Kunden. Berechnen Sie für diesen Monat die Anzahlen der Kunden der Baumärkte B und C. Geben Sie den prozentualen Anteil der Kunden des Baumarkts C an der Gesamtzahl der Kunden der drei Baumärkte an. 3
- e** Geben Sie an, für welchen der drei Baumärkte der Anteil der Kunden, die von einem Monat zum nächsten zu einem anderen Baumarkt wechseln, am kleinsten ist. Nennen Sie den zugehörigen Anteil. 2
- f** Beschreiben Sie die Bedeutung des Terms $M \cdot M \cdot M$ im Sachzusammenhang. 2

Der Baumarkt C muss befürchten, den für seinen wirtschaftlichen Erfolg notwendigen Anteil von 25 % der Kunden aller drei Baumärkte nicht zu erreichen. Der Baumarkt führt deshalb Rabattaktionen durch, mit deren Hilfe Kunden gebunden werden sollen. Ab dem Monat, in dem die Aktionen beginnen, lässt sich das Wechselverhalten der Kunden von einem Monat zum nächsten im Modell durch eine Matrix

$$N = \begin{pmatrix} 0,63 & 0,18 & 0,4 \cdot (1-p) \\ 0,27 & 0,72 & 0,6 \cdot (1-p) \\ 0,1 & 0,1 & p \end{pmatrix} \text{ mit } p \in [0;1] \text{ beschreiben.}$$

- g** In einem Monat nach Beginn der Rabattaktionen beträgt die Anzahl der Kunden für den Baumarkt A $3650,38 - 470,6 \cdot p$ und für den Baumarkt B $5467,27 - 705,9 \cdot p$; die drei Baumärkte haben zusammen 10000 Kunden. Ermitteln Sie, in welchem Bereich der prozentuale Anteil der Kunden des Baumarkts C in diesem Monat liegen kann. 4
- h** In einem Monat nach Beginn der Rabattaktionen hat der Baumarkt A 3556 Kunden, der Baumarkt B 5326 Kunden und der Baumarkt C 1118 Kunden. Im folgenden Monat hat der Baumarkt C 1112 Kunden. Bestimmen Sie den zugehörigen Wert von p . 2

20

2 Erwartungshorizont

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe dar, in welchem Umfang und in welcher Form eine Lösung erwartet wird; nicht alle Lösungen sind dazu vollständig ausgeführt. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

		BE
a		2
b	Baumarkt A: $0,3 \cdot 4000 = 1200$ Baumarkt B: $0,2 \cdot 6000 = 1200$ Die Anzahlen der Kunden der Baumärkte A und B ändern sich von einem Monat zum nächsten nicht.	3
c	$M \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3700 \\ 5100 \\ 1200 \end{pmatrix}$ liefert das Gleichungssystem: I $0,63a + 0,18b + 0,3c = 3700$ II $0,27a + 0,72b + 0,45c = 5100$ III $0,1a + 0,1b + 0,25c = 1200$	2
d	Baumarkt B: $0,27 \cdot 3700 + 0,72 \cdot 5100 + 0,45 \cdot 1200 = 5211$ Baumarkt C: $10000 - 3609 - 5211 = 1180$ Der prozentuale Anteil beträgt etwa 12 %.	3
e	Baumarkt B Anteil: 28 %	2
f	Der Term beschreibt im Modell das vierteljährliche Wechselverhalten der Kunden.	2
g	$10000 - (3650,38 - 470,6 \cdot p) - (5467,27 - 705,9 \cdot p) = 882,35 + 1176,5 \cdot p$ $\frac{882,35 + 1176,5 \cdot p}{10000} = 0,088235 + 0,11765 \cdot p$ Damit liegt der prozentuale Anteil der Kunden des Baumarkts C im betrachteten Monat im Bereich von etwa 9 % bis etwa 21 %.	4
h	$0,1 \cdot 3556 + 0,1 \cdot 5326 + p \cdot 1118 = 1112$ liefert $p \approx 0,2$.	2
		20

3 Standardbezug

Teilaufg.	BE	Leitideen					allgemeine mathematische Kompetenzen ²						Anforderungsbereich		
		L1	L2	L3	L4	L5	K1	K2	K3	K4	K5	K6	I	II	III
a	2	X							I	I		I	X		
b	3	X							II		I	I		X	
c	2	X							II	I	I			X	
d	3	X							I		I		X		
e	2	X					I		I	I			X		

² Für jede Kompetenz, die bei der Bearbeitung der Teilaufgabe eine wesentliche Rolle spielt, ist der Anforderungsbereich (I, II oder III) eingetragen, in dem die Kompetenz benötigt wird.

f	2	X					II		II			II		X	
g	4	X					II	III				II			X
h	2	X						II	I			II		X	

4 Bewertungshinweise

Die Bewertung der erbrachten Prüfungsleistungen hat sich für jede Teilaufgabe nach der am rechten Rand der Aufgabenstellung angegebenen Anzahl maximal erreichbarer Bewertungseinheiten (BE) zu richten.

Für die Bewertung der Gesamtleistung eines Prüflings ist passend zur Konzeption der Aufgaben der Aufgabensammlung und des Abituraufgabenpools ein Bewertungsraster³ vorgesehen, das angibt, wie die in den Prüfungsteilen A und B insgesamt erreichten Bewertungseinheiten in Notenpunkte umgesetzt werden.

³ Das Bewertungsraster ist Teil des Dokuments „Beschreibung der Struktur“, das auf den Internetseiten des IQB zum Download bereitsteht.