

Gemeinsame Abituraufgabenpools der Länder

Pool für das Jahr 2018

Aufgaben für das Fach Mathematik

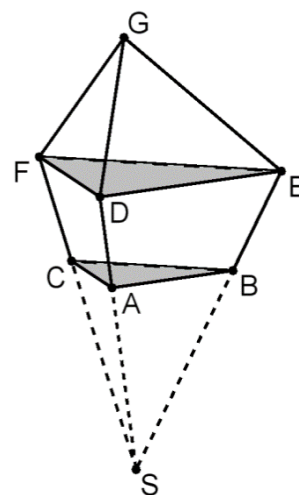
Kurzbeschreibung

Anforderungsniveau	Prüfungsteil	Sachgebiet ¹	digitales Hilfsmittel
erhöht	B	AG/LA (A2)	CAS

1 Aufgabe

Das Gebäude eines Museums kann modellhaft durch den abgebildeten Körper ABCDEFG dargestellt werden. Die obere Etage des Museums entspricht dabei der Pyramide DEFG, die untere Etage dem Körper ABCDEF, der Teil der Pyramide DEFS ist. Die Ebene, in der das Dreieck ABC liegt, beschreibt die Horizontale. Das Dreieck DEF liegt parallel zu dieser Ebene.

In einem kartesischen Koordinatensystem gilt für die Lage einiger der genannten Punkte: $A(-5|5|0)$, $B(-5|25|0)$, $D(0|0|15)$, $E(0|30|15)$, $F(-25|5|15)$ und $G(-10|10|35)$. Eine Längeneinheit im Koordinatensystem entspricht 1 m in der Realität.



- a Die folgenden Rechnungen zeigen ein mögliches Vorgehen zur Ermittlung der Koordinaten von S:

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 15 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -5 \\ 5 \\ -15 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 30 \\ 15 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -5 \\ -5 \\ -15 \end{pmatrix} \Leftrightarrow r = s = 3$$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 15 \end{pmatrix} + 3 \cdot \begin{pmatrix} -5 \\ 5 \\ -15 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -15 \\ 15 \\ -30 \end{pmatrix}, \text{ d. h. } S(-15|15|-30)$$

Erläutern Sie das dargestellte Vorgehen.

BE

4

¹ verwendete Abkürzungen: AG/LA (A1) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A1),
AG/LA (A2) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A2)

b Weisen Sie nach, dass die Bodenfläche der oberen Etage nicht rechteckig ist.	3
c Berechnen Sie für das Dreieck DEF die Größe des Innenwinkels bei E sowie die Länge der Höhe zur Seite \overline{EF} .	4
d Für die obere Etage wird eine Anlage zur Entfeuchtung der Luft installiert, die für 100m^3 Rauminhalt eine elektrische Leistung von 0,8 Kilowatt benötigt. Weisen Sie nach, dass für den Betrieb der Anlage eine Leistung von 25 Kilowatt ausreichend ist.	4
e Weisen Sie nach, dass sich die Gerade AG und die Ebene, in der das Dreieck DEF liegt, im Punkt $R\left(-\frac{50}{7} \mid \frac{50}{7} \mid 15\right)$ schneiden.	3
f An einer Metallstange, die durch die Strecke \overline{RG} dargestellt wird, ist ein Scheinwerfer befestigt, dessen Größe vernachlässigt werden soll. Der Scheinwerfer beleuchtet aus einer Entfernung von 5 m diejenige Wand, die im Modell durch das Dreieck EFG dargestellt wird. Berechnen Sie die Koordinaten des Punkts, der die Position des Scheinwerfers im Modell beschreibt.	7
25	

2 Erwartungshorizont

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe dar, in welchem Umfang und in welcher Form eine Lösung erwartet wird; nicht alle Lösungen sind dazu vollständig ausgeführt. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

	BE
a Alle Punkte der Gerade AD lassen sich durch $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 15 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -5 \\ 5 \\ -15 \end{pmatrix}$ mit $r \in \mathbb{R}$ darstellen, alle Punkte der Gerade BE durch $\begin{pmatrix} 0 \\ 30 \\ 15 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -5 \\ -5 \\ -15 \end{pmatrix}$ mit $s \in \mathbb{R}$. Der erste Schritt des Vorgehens liefert die Werte von r und s, die zum Schnittpunkt S der beiden Geraden gehören. Im zweiten Schritt werden die Koordinaten von S als Punkt der Gerade AD ermittelt.	4
b $\overline{DE} \circ \overline{DF} \neq 0$, $\overline{DE} \circ \overline{EF} \neq 0$, $\overline{DF} \circ \overline{EF} \neq 0$	3
c $\cos \varepsilon = \frac{\overline{ED} \circ \overline{EF}}{ \overline{ED} \cdot \overline{EF} }$, d. h. $\varepsilon = 45^\circ$ Länge der Höhe: $h \cdot \overline{EF} = \overline{DE} \circ \overline{EF} \Leftrightarrow h = 15\sqrt{2}$	4
d Im Dreieck DEF hat die Höhe von F auf die Seite \overline{DE} die Länge 25. Volumen der Pyramide DEFG: $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \overline{DE} \cdot 25 \cdot (35 - 15) = 2500$ $25 \cdot 0,8\text{kW} = 20\text{kW}$, d. h. die Leistung ist ausreichend.	4

e	R hat wie D, E und F die x_3 -Koordinate 15. Gleichung der Gerade AG: $\vec{x} = \begin{pmatrix} -5 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -5 \\ 5 \\ 35 \end{pmatrix}$, $t \in \mathbb{R}$ Die Koordinaten von R erfüllen diese Gleichung für $t = \frac{3}{7}$.	3
f	Das aus $\vec{x} = \overline{OE} + u \cdot \overline{EF} + v \cdot \overline{EG}$ mit $u, v \in \mathbb{R}$ resultierende Gleichungssystem $\text{I } x_1 = -25u - 10v \quad \text{II } x_2 = 30 - 25u - 20v \quad \text{III } x_3 = 15 + 20v$ liefert für die Ebene, in der das Dreieck EFG liegt: $2x_1 - 2x_2 - x_3 + 75 = 0$ Für $t \leq 1$ gilt: $\left \frac{2 \cdot (-5 - 5t) - 2 \cdot (5 + 5t) - 35t + 75}{3} \right = 5 \Leftrightarrow t = \frac{8}{11}$ Koordinaten des gesuchten Punkts: $x_1 = -\frac{95}{11}$, $x_2 = \frac{95}{11}$, $x_3 = \frac{280}{11}$	7
		25

3 Standardbezug

Teilaufgabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen ²						Anforderungsbereich		
		K1	K2	K3	K4	K5	K6	I	II	III
a	4	II			II		II		X	
b	3	I		I		I		X		
c	4		I			II			X	
d	4		II	II		I			X	
e	3	I				I		X		
f	7		III	II		III				X

4 Bewertungshinweise

Die Bewertung der erbrachten Prüfungsleistungen hat sich für jede Teilaufgabe nach der am rechten Rand der Aufgabenstellung angegebenen Anzahl maximal erreichbarer Bewertungseinheiten (BE) zu richten.

Für die Bewertung der Gesamtleistung eines Prüflings ist ein Bewertungsraster³ vorgesehen, das angibt, wie die in den Prüfungsteilen A und B insgesamt erreichten Bewertungseinheiten in Notenpunkte umgesetzt werden.

² Für jede Kompetenz, die bei der Bearbeitung der Teilaufgabe eine wesentliche Rolle spielt, ist der Anforderungsbereich (I, II oder III) eingetragen, in dem die Kompetenz benötigt wird.

³ Das Bewertungsraster ist Teil des Dokuments „Beschreibung der Struktur“, das auf den Internetseiten des IQB zum Download bereitsteht.