

Gemeinsame Abituraufgabenpools der Länder

Pool für das Jahr 2018

Aufgaben für das Fach Mathematik

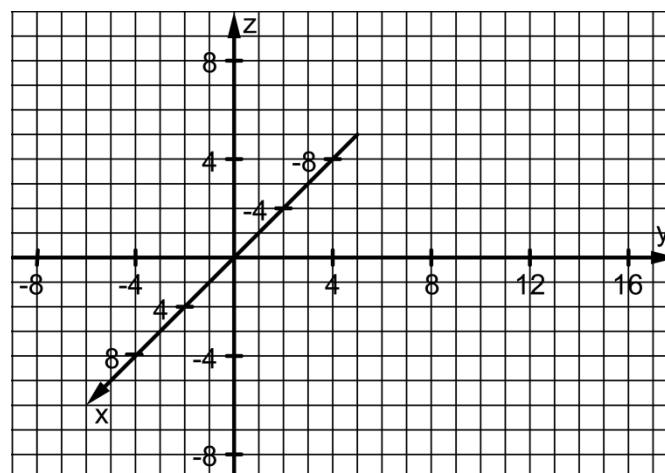
Kurzbeschreibung

Anforderungsniveau	Prüfungsteil	Sachgebiet ¹	digitales Hilfsmittel
erhöht	B	AG/LA (A1)	WTR

1 Aufgabe

1 In einem kartesischen Koordinatensystem ist das Viereck ABCD mit $A(0|0|0)$, $B(0|6|0)$, $C(-4|14|4)$ und $D(-4|8|4)$ gegeben.

a Zeigen Sie rechnerisch, dass das Viereck ein Parallelogramm ist, und zeichnen sie es in die Abbildung ein.



b Die Ebene, die parallel zur xy -Ebene ist und durch den Punkt $(0|0|1)$ verläuft, schneidet das Viereck ABCD in einer Strecke. Bestimmen Sie für einen der beiden Endpunkte dieser Strecke die zugehörigen Koordinaten.

BE

3

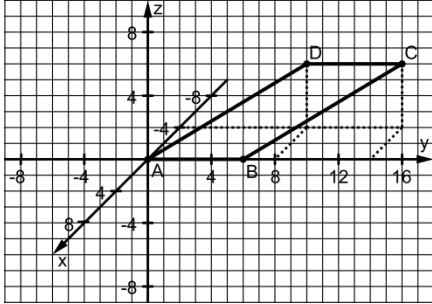
2

¹ verwendete Abkürzungen: AG/LA (A1) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A1),
AG/LA (A2) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A2)

- c** Auf der Gerade AD soll ein Punkt G so festgelegt werden, dass die Strecke \overline{CG} zur Gerade AD senkrecht steht. Berechnen Sie die Koordinaten von G. 4
- 2** Indisches Springkraut ist eine Zierpflanze, die Anfang des 19. Jahrhunderts in Mitteleuropa eingeführt wurde. In einem Modell werden Zustände einer Population Indischen Springkrauts in einem abgeschlossenen Gebiet durch Vektoren $\begin{pmatrix} S \\ P \end{pmatrix}$ dargestellt, wobei S die Anzahl der Samen und P die Anzahl der Pflanzen bezeichnet. Die Entwicklung der Population vollzieht sich in zwei Schritten:
- ◆ Im ersten Schritt von Frühjahrsbeginn bis Herbstbeginn entsteht aus einem durch \vec{u} beschriebenen Zustand der durch $F \cdot \vec{u}$ dargestellte Zustand. Dabei ist $F = \begin{pmatrix} f_1 & f_2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ mit $f_1, f_2 \in \mathbb{R}$.
 - ◆ Im zweiten Schritt entsteht von Herbstbeginn bis zum Beginn des folgenden Frühjahrs aus einem durch \vec{v} beschriebenen Zustand der durch $H \cdot \vec{v}$ dargestellte Zustand mit $H = \begin{pmatrix} 0,3 & 0 \\ 0,01 & 0 \end{pmatrix}$.
- Insgesamt entwickelt sich von einem Frühjahrsbeginn zum nächsten aus einem durch \vec{u} beschriebenen Zustand der durch $J \cdot \vec{u}$ dargestellte Zustand mit $J = \begin{pmatrix} 0,3 & 150 \\ 0,01 & 5 \end{pmatrix}$.
- a** Bestimmen Sie die passenden Werte von f_1 und f_2 . 3
- b** Zu Beginn eines Frühjahrs sind 1000 Samen, aber keine Pflanzen vorhanden. Berechnen Sie für den Beginn des nächsten und für den Beginn des übernächsten Frühjahrs jeweils die Anzahl der Samen und die Anzahl der Pflanzen. 2
- c** Zu Beginn eines Frühjahrs sind sowohl Samen als auch Pflanzen vorhanden. Untersuchen Sie, ob es im Modell möglich ist, dass sich die Anzahl der Pflanzen zum nächsten Frühjahrsbeginn nicht verändert. 4
- d** Zu Beginn eines Frühjahrs soll ein bestimmter Anteil der Pflanzen der Population entfernt werden, um zu erreichen, dass der Zustand der Population zu Beginn des nächsten Frühjahrs mit demjenigen unmittelbar vor dem Entfernen der Pflanzen übereinstimmt. Bestimmen Sie den Anteil der zu entfernenden Pflanzen in Prozent. 7

2 Erwartungshorizont

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe dar, in welchem Umfang und in welcher Form eine Lösung erwartet wird; nicht alle Lösungen sind dazu vollständig ausgeführt. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

		BE
1	<p>a</p> $\overline{DC} = \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix} = \overline{AB}$ 	3
	<p>b</p> $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \frac{1}{4} \cdot \overline{AD} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ <p>Damit hat einer der beiden Endpunkte der Strecke die Koordinaten $(-1 2 1)$.</p>	2
	<p>c</p> <p>Mit $G(-4k 8k 4k)$ ergibt sich:</p> $\overline{AD} \circ \overline{CG} = \begin{pmatrix} -4 \\ 8 \\ 4 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} -4k+4 \\ 8k-14 \\ 4k-4 \end{pmatrix} = 16k - 16 + 64k - 112 + 16k - 16 = 0 \Leftrightarrow k = \frac{3}{2}$ <p>Damit: $G(-6 12 6)$</p>	4
2	<p>a</p> $H \cdot F = J \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 0,3 & 0 \\ 0,01 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} f_1 & f_2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,3 & 150 \\ 0,01 & 5 \end{pmatrix} \Leftrightarrow f_1 = 1 \wedge f_2 = 500$	3
	<p>b</p> $J \cdot \begin{pmatrix} 1000 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 300 \\ 10 \end{pmatrix}, J \cdot \begin{pmatrix} 300 \\ 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1590 \\ 53 \end{pmatrix}$	2
	<p>c</p> $J \cdot \begin{pmatrix} S_1 \\ P_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,3S_1 + 150P_1 \\ 0,01S_1 + 5P_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_2 \\ P_1 \end{pmatrix} \text{ liefert } S_1 = -400P_1 < 0.$ <p>Da eine negative Anzahl von Samen im Sachzusammenhang nicht sinnvoll ist, ist es im Modell nicht möglich, dass sich die Anzahl der Pflanzen zum nächsten Frühjahrsbeginn nicht verändert.</p>	4
	<p>d</p> $J \cdot \begin{pmatrix} S_3 \\ P_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_3 \\ P_3 \end{pmatrix} \text{ liefert das Gleichungssystem:}$ $\text{I } 0,3S_3 + 150P_4 = S_3 \quad \text{II } 0,01S_3 + 5P_4 = P_3$ <p>Mit $S_3 = \frac{1500}{7}P_4$ ergibt sich: $\frac{15}{7}P_4 + 5P_4 = P_3 \Leftrightarrow P_4 = \frac{14}{100}P_3$</p> <p>Der Anteil der zu entfernenden Pflanzen beträgt 86 %.</p>	7
		25

3 Standardbezug

Teilaufgabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen ²						Anforderungsbereich		
		K1	K2	K3	K4	K5	K6	I	II	III
1 a	3	I			I	I		X		
b	2		II	I		I			X	
c	4	II	II			II			X	
2 a	3			II		II	II		X	
b	2			I		I	I	X		
c	4	II		II		II			X	
d	7		III	II		III				X

4 Bewertungshinweise

Die Bewertung der erbrachten Prüfungsleistungen hat sich für jede Teilaufgabe nach der am rechten Rand der Aufgabenstellung angegebenen Anzahl maximal erreichbarer Bewertungseinheiten (BE) zu richten.

Für die Bewertung der Gesamtleistung eines Prüflings ist ein Bewertungsraster³ vorgesehen, das angibt, wie die in den Prüfungsteilen A und B insgesamt erreichten Bewertungseinheiten in Notenpunkte umgesetzt werden.

² Für jede Kompetenz, die bei der Bearbeitung der Teilaufgabe eine wesentliche Rolle spielt, ist der Anforderungsbereich (I, II oder III) eingetragen, in dem die Kompetenz benötigt wird.

³ Das Bewertungsraster ist Teil des Dokuments „Beschreibung der Struktur“, das auf den Internetseiten des IQB zum Download bereitsteht.