

Gemeinsame Abituraufgabenpools der Länder

Pool für das Jahr 2017

Aufgabe für das Fach Mathematik

Kurzbeschreibung

Anforderungsniveau	Prüfungsteil	Sachgebiet	digitales Hilfsmittel
erhöht	B	Stochastik	CAS

1 Aufgabe

Die Tabelle zeigt die prozentualen Anteile von Haushalten unterschiedlicher Größe an der Gesamtzahl der Haushalte im Jahr 2013 in Deutschland.

1-Personen-Haushalte	40,5 %
2-Personen-Haushalte	34,5 %
3-Personen-Haushalte	12,5 %
4-Personen-Haushalte	9,2 %
Haushalte mit mindestens 5 Personen	3,3 %

1 Für eine Umfrage im Jahr 2013 sollten 100 Haushalte zufällig ausgewählt werden.

a Berechnen Sie für folgende Ereignisse jeweils die Wahrscheinlichkeit:

A: „Es wurden genau vierzig 1-Personen-Haushalte ausgewählt.“

B: „Mindestens die Hälfte der ausgewählten Haushalte waren Mehrpersonenhaushalte.“

b Beschreiben Sie die Bedeutung des folgenden Terms im Sachzusammenhang:

$$1 - (0,967^{100} + 100 \cdot 0,033 \cdot 0,967^{99})$$

2 Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass es sich bei einem im Jahr 2013 zufällig ausgewählten Mehrpersonenhaushalt um einen 3-Personen-Haushalt handelte.

3 Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass in drei im Jahr 2013 zufällig ausgewählten Haushalten insgesamt genau fünf Personen lebten.

BE

3

2

3

3

4	Ermitteln Sie, wie viele Haushalte man im Jahr 2013 mindestens hätte zufällig auswählen müssen, damit darunter mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 95 % mehr als zwanzig 2-Personen-Haushalte sind.	4
5	Im Jahr 2013 lebten in Deutschland insgesamt etwa 80 Millionen Menschen. Bestimmen Sie für das Jahr 2013 einen Näherungswert für die Gesamtzahl der Haushalte in Deutschland und erläutern Sie Ihr Vorgehen.	4
6	Im Jahr 2014 wurde vermutet, dass der tatsächliche Anteil der 1-Personen-Haushalte größer als im Jahr 2013 ist. Um einen Anhaltspunkt dafür zu gewinnen, ob diese Vermutung zutrifft, sollte auf der Grundlage einer Stichprobe von 500 Haushalten und einem Signifikanzniveau von 5% ein Test durchgeführt werden. Dabei sollte möglichst vermieden werden, irrtümlich davon auszugehen, dass die Vermutung zutrifft. Geben Sie die passende Nullhypothese an und bestimmen Sie die zugehörige Entscheidungsregel.	6
		25

2 Erwartungshorizont

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe dar, in welchem Umfang und in welcher Form eine Lösung erwartet wird; nicht alle Lösungen sind dazu vollständig ausgeführt. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

		BE
1	a $P(A) \approx 8,1\%$, $P(B) \approx 97,8\%$	3
	b Mit dem Term kann die Wahrscheinlichkeit dafür berechnet werden, dass in mindestens zwei der ausgewählten Haushalte mindestens fünf Personen lebten.	2
2	$\frac{0,125}{1-0,405} \approx 21,0\%$	3
3	$3 \cdot 0,405^2 \cdot 0,125 + 3 \cdot 0,405 \cdot 0,345^2 \approx 20,6\%$	3
4	Y: Anzahl der 2-Personen-Haushalte Ist n die Anzahl der auszuwählenden Haushalte, so gilt: $P_{0,345}^n(Y > 20) \geq 0,95 \Leftrightarrow n \geq 80$	4
5	Geht man vereinfachend davon aus, dass in den Haushalten mit mindestens 5 Personen genau fünf Personen lebten, und bezeichnet die Anzahl der Haushalte mit x, so ergibt sich aus $(1 \cdot 0,405 + 2 \cdot 0,345 + 3 \cdot 0,125 + 4 \cdot 0,092 + 5 \cdot 0,033) \cdot x = 80000000$ eine Gesamtzahl von etwa 40 Millionen Haushalten.	4
6	Nullhypothese: „Der tatsächliche Anteil der 1-Personen-Haushalte beträgt höchstens 40,5 %.“ Z: Anzahl der 1-Personen-Haushalte	6

$$P_{40,5}^{500}(Z \geq k) \leq 5\%$$

Befinden sich in der Stichprobe mindestens 222 1-Personen-Haushalte, so wird die Nullhypothese abgelehnt.

25

3 Standardbezug

Teil-aufg.	BE	Leitideen					allgemeine mathematische Kompetenzen ¹						Anforderungsbereich		
		L1	L2	L3	L4	L5	K1	K2	K3	K4	K5	K6	I	II	III
1 a	3					X			I	I	I		X		
b	2					X	II	II	II					X	
2	3					X			I	I	I		X		
3	3					X			II	I	I			X	
4	4	X			X	X		III	II		II				X
5	4	X	X			X		III	III			II			X
6	6	X			X	X	II		II			II		X	

4 Bewertungshinweise

Die Bewertung der erbrachten Prüfungsleistungen hat sich für jede Teilaufgabe nach der am rechten Rand der Aufgabenstellung angegebenen Anzahl maximal erreichbarer Bewertungseinheiten (BE) zu richten.

Für die Bewertung der Gesamtleistung eines Prüflings ist passend zur Konzeption der Aufgaben der Aufgabensammlung und des Abituraufgabenpools ein Bewertungsraster² vorgesehen, das angibt, wie die in den Prüfungsteilen A und B insgesamt erreichten Bewertungseinheiten in Notenpunkte umgesetzt werden.

¹ Für jede Kompetenz, die bei der Bearbeitung der Teilaufgabe eine wesentliche Rolle spielt, ist der Anforderungsbereich (I, II oder III) eingetragen, in dem die Kompetenz benötigt wird.

² Das Bewertungsraster ist Teil des Dokuments „Beschreibung der Struktur“, das auf den Internetseiten des IQB zum Download bereitsteht.