

Gemeinsame Abituraufgabenpools der Länder

Beispielaufgaben

Aufgabe für das Fach Mathematik

Kurzbeschreibung

Anforderungsniveau	Prüfungsteil	Sachgebiet ¹	digitales Hilfsmittel
grundlegend	B	Stochastik	WTR

1 Aufgabe

Ein Glaukom ist eine Augenerkrankung, die zu einer Einschränkung des Sehvermögens führt und vor allem bei Personen auftritt, die älter als 40 Jahre sind. Häufige Ursache der Erkrankung ist ein erhöhter Augeninnendruck.

1 Es kann davon ausgegangen werden, dass in Deutschland von insgesamt 45 Millionen Personen, die älter als 40 Jahre sind, 10 % einen erhöhten Augeninnendruck haben. Für eine Studie werden in Deutschland 16 Personen, die älter als 40 Jahre sind, zufällig ausgewählt. Die Zufallsgröße X beschreibt die Anzahl der ausgewählten Personen mit erhöhtem Augeninnendruck.

a Beschreiben Sie, was man unter einem Bernoulli-Experiment versteht. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass bei keiner der ausgewählten Personen ein erhöhter Augeninnendruck vorliegt.

b Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der Augeninnendruck bei mehr als zwei der ausgewählten Personen erhöht ist.

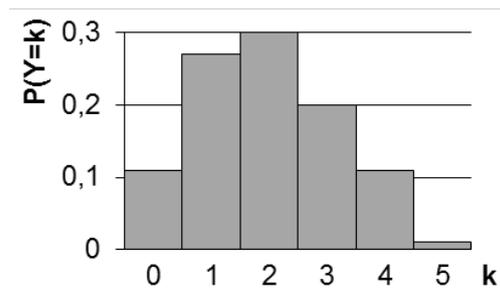
BE

4

3

¹ verwendete Abkürzungen: AG/LA - Analytische Geometrie/Lineare Algebra, AG/LA (A1) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A1), AG/LA (A2) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A2)

- c Die Abbildung zeigt die Wahrscheinlichkeitsverteilung einer Zufallsgröße Y. Zeigen Sie, dass der Erwartungswert von Y größer als der Erwartungswert der Zufallsgröße X ist.



- 2 Studien zufolge sind in Deutschland 2,4 % der Personen, die älter als 40 Jahre sind, an einem Glaukom erkrankt; von diesen erkrankten Personen haben 70 % einen erhöhten Augeninnendruck. Unter den Personen, die älter als 40 Jahre und nicht an einem Glaukom erkrankt sind, liegt bei 8,5 % ein erhöhter Augeninnendruck vor.

- a Stellen Sie den Sachverhalt in einem beschrifteten Baumdiagramm dar.
- b Unter den Personen, die älter als 40 Jahre sind und einen erhöhten Augeninnendruck haben, wird eine Person zufällig ausgewählt. Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass diese Person an einem Glaukom erkrankt ist.
- c Für eine Studie wird unter den Personen, die älter als 40 Jahre sind und an einem Glaukom erkrankt sind, eine bestimmte Anzahl von Personen zufällig ausgewählt. Die binomialverteilte Zufallsgröße Z gibt die Anzahl derjenigen ausgewählten Personen an, bei denen kein erhöhter Augeninnendruck vorliegt. Für den Erwartungswert von Z gilt $21 < E(Z) < 27$. Bestimmen Sie die möglichen Werte für die Anzahl der ausgewählten Personen.

3

3

3

4

20

2 Erwartungshorizont

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe dar, in welchem Umfang und in welcher Form eine Lösung erwartet wird; nicht alle Lösungen sind dazu vollständig ausgeführt. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

		BE
1 a	Ein Bernoulli-Experiment ist ein Zufallsexperiment mit genau zwei möglichen Ergebnissen. $P(X=0) = 0,9^{16} \approx 18,5\%$	4
b	$P(X > 2) = 1 - \sum_{k=0}^2 \binom{16}{k} \cdot \left(\frac{1}{10}\right)^k \cdot \left(\frac{9}{10}\right)^{16-k} \approx 21,1\%$	3
c	$E(X) = 16 \cdot 0,1 = 1,6$ $E(Y) \approx 0,27 \cdot 1 + 0,30 \cdot 2 + 0,20 \cdot 3 + 0,11 \cdot 4 + 0,01 \cdot 5 = 1,96$ Damit: $E(Y) > E(X)$	3

2	a		G: „Die Person ist an einem Glaukom erkrankt.“ A: „Die Person hat einen erhöhten Augeninnendruck.“	3
	b	$\frac{0,024 \cdot 0,7}{0,024 \cdot 0,7 + 0,976 \cdot 0,085} \approx 16,8\%$		3
	c	$E(Z) = n \cdot 0,3$, d. h. $70 < n < 90$		4
				20

3 Standardbezug

Teilaufgabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen ²						Anforderungsbereich		
		K1	K2	K3	K4	K5	K6	I	II	III
1 a	4			I		I	I	X		
b	3			II		II			X	
c	3	II			II	I			X	
2 a	3			I	I		I	X		
b	3		II	II		I			X	
c	4	II	III			I				X

4 Bewertungshinweise

Die Bewertung der erbrachten Prüfungsleistungen hat sich für jede Teilaufgabe nach der am rechten Rand der Aufgabenstellung angegebenen Anzahl maximal erreichbarer Bewertungseinheiten (BE) zu richten.

Für die Bewertung der Gesamtleistung eines Prüflings ist ein Bewertungsraster³ vorgesehen, das angibt, wie die in den Prüfungsteilen A und B insgesamt erreichten Bewertungseinheiten in Notenpunkte umgesetzt werden.

² Für jede Kompetenz, die bei der Bearbeitung der Teilaufgabe eine wesentliche Rolle spielt, ist der Anforderungsbereich (I, II oder III) eingetragen, in dem die Kompetenz benötigt wird.

³ Das Bewertungsraster ist Teil des Dokuments „Beschreibung der Struktur“, das auf den Internetseiten des IQB zum Download bereitsteht.