Gemeinsame Abituraufgabenpools der Länder

Beispielaufgaben

Aufgabe für das Fach Mathematik

Kurzbeschreibung

Anforderungsniveau	Prüfungsteil	Sachgebiet[1]	digitales Hilfsmittel
grundlegend	B	AG/LA (A2)	CAS

1 Aufgabe

BE

Im Berliner Bezirk Marzahn-Hellersdorf befindet sich ein Ausstellungsgebäude, das die Form einer geraden Pyramide mit quadratischer Grundfläche hat (vgl. Abbildung). Die vollständig verglasten Außenwände sind zum Schutz gegen Sonneneinstrahlung teilweise mit Zinkblech verkleidet. Alle Glasscheiben stimmen in ihren Maßen überein.

Das Gebäude lässt sich in einem kartesischen Koordinatensystem modellhaft durch die Pyramide ABCDS mit $B(9|9|0)$, $C(0|9|0)$, $D(0|0|0)$ und $S(4{,}5|4{,}5|12)$ beschreiben. Eine Längeneinheit im Koordinatensystem entspricht 1 m in der Realität.

a Geben Sie die Koordinaten des Punkts A an und stellen Sie die Pyramide in einem Koordinatensystem grafisch dar. 3

[1] verwendete Abkürzungen: AG/LA - Analytische Geometrie/Lineare Algebra, AG/LA (A1) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A1), AG/LA (A2) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A2)

b Die Diagonalen der Grundfläche schneiden sich im Punkt F. Geben Sie die Koordinaten von F an. Begründen Sie ohne zu rechnen, dass das Skalarprodukt der Vektoren $\overrightarrow{BF}$ und $\overrightarrow{FS}$ null ist. 3

Die Seitenfläche BCS liegt in einer Ebene E. Ermitteln Sie eine Gleichung von E in Koordinatenform. 3

(zur Kontrolle: $E: 8x_2 + 3x_3 - 72 = 0$)

d Berechnen Sie die Größe der Neigungswinkel der Außenwände des Gebäudes gegen die Grundfläche. 3

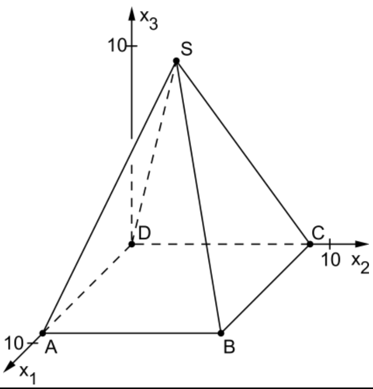
e Der Innenraum des Ausstellungsgebäudes soll durch zwei Lichtleisten beleuchtet werden, die sich im Modell durch Strecken darstellen lassen. Diese Strecken beginnen in den Mittelpunkten der Kanten $\overline{CS}$ bzw. $\overline{DS}$ und enden in einem Punkt L der Mittelsenkrechten des Dreiecks ABS zur Seite $\overline{AB}$. Ein Designer schlägt vor, den Punkt L so zu wählen, dass die Lichtleisten einen rechten Winkel einschließen. Untersuchen Sie, ob sich dieser Vorschlag geometrisch umsetzen lässt. 5

f Die Abbildung zeigt zwei Personen vor einer Außenwand des Gebäudes. Schätzen Sie mithilfe der Abbildung den prozentualen Anteil der verkleideten Fläche dieser Außenwand ab; erläutern Sie Ihr Vorgehen. 3

20

2 Erwartungshorizont

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe dar, in welchem Umfang und in welcher Form eine Lösung erwartet wird; nicht alle Lösungen sind dazu vollständig ausgeführt. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

		BE
a	$A(9\|0\|0)$ 	3
b	$F(4{,}5\|4{,}5\|0)$ Der Vektor $\overrightarrow{FS}$ ist parallel zur x_3-Achse, der Vektor $\overrightarrow{BF}$ parallel zur x_1x_2-Ebene. Die beiden Vektoren stehen also senkrecht zueinander.	3

c	$E: \vec{x} = \overrightarrow{OB} + r \cdot \overrightarrow{BC} + s \cdot \overrightarrow{BS};\ r, s \in \mathbb{R}$ Das daraus resultierende Gleichungssystem I $x_1 = 9 - 9r - 4{,}5s$ II $x_2 = 9 - 4{,}5s$ III $x_3 = 12s$ liefert $E: 8x_2 + 3x_3 - 72 = 0$.	3
d	Mit $\vec{n} = \begin{pmatrix} 0 \\ 8 \\ 3 \end{pmatrix}$ und $\vec{m} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ ergibt sich: $\cos\alpha = \frac{\vec{n} \circ \vec{m}}{\lvert\vec{n}\rvert \cdot \lvert\vec{m}\rvert}$, d. h. $\alpha \approx 69{,}4^\circ$	3
e	Mittelpunkt von $\overline{CS}$: $(2{,}25 \mid 6{,}75 \mid 6)$ Mittelpunkt von $\overline{DS}$: $(2{,}25 \mid 2{,}25 \mid 6)$ Gleichung der Mittelsenkrechten: $\overrightarrow{x_t} = \begin{pmatrix} 4{,}5 \\ 4{,}5 \\ 12 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 4{,}5 \\ 0 \\ -12 \end{pmatrix},\ t \in \mathbb{R}$ Die Gleichung $\left(\begin{pmatrix} 2{,}25 \\ 6{,}75 \\ 6 \end{pmatrix} - \overrightarrow{x_t}\right) \circ \left(\begin{pmatrix} 2{,}25 \\ 2{,}25 \\ 6 \end{pmatrix} - \overrightarrow{x_t}\right) = 0$ hat keine Lösung. Der Vorschlag lässt sich also nicht umsetzen.	5
f	Die Glasscheiben der Außenwand sind in Reihen mit neun, sieben, fünf und drei Scheiben sowie einer Scheibe an der Spitze angeordnet. Die Fläche der Außenwand entspricht also etwa der Fläche von fünfundzwanzig Glasscheiben. Die Fläche, die nicht verkleidet ist, entspricht der Fläche von etwa zehn Scheiben. Der Anteil der verkleideten Fläche beträgt also etwa $\frac{15}{25}$, d. h. etwa 60 %.	3
		20

3 Standardbezug

Teilaufgabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen[2]						Anforderungsbereich		
		K1	K2	K3	K4	K5	K6	I	II	III
a	3			I	I	I		X		
b	3	I				I		X		
c	3					II			X	
d	3	I		I		II			X	
e	5		III	III		III				X
f	3		II		II		II		X	

[2] Für jede Kompetenz, die bei der Bearbeitung der Teilaufgabe eine wesentliche Rolle spielt, ist der Anforderungsbereich (I, II oder III) eingetragen, in dem die Kompetenz benötigt wird.

4 Bewertungshinweise

Die Bewertung der erbrachten Prüfungsleistungen hat sich für jede Teilaufgabe nach der am rechten Rand der Aufgabenstellung angegebenen Anzahl maximal erreichbarer Bewertungseinheiten (BE) zu richten.

Für die Bewertung der Gesamtleistung eines Prüflings ist ein Bewertungsraster[3] vorgesehen, das angibt, wie die in den Prüfungsteilen A und B insgesamt erreichten Bewertungseinheiten in Notenpunkte umgesetzt werden.

[3] Das Bewertungsraster ist Teil des Dokuments „Beschreibung der Struktur“, das auf den Internetseiten des IQB zum Download bereitsteht.