

Gemeinsame Abituraufgabenpools der Länder

## Pool für das Jahr 2023

Aufgabe für das Fach Mathematik

### Kurzbeschreibung

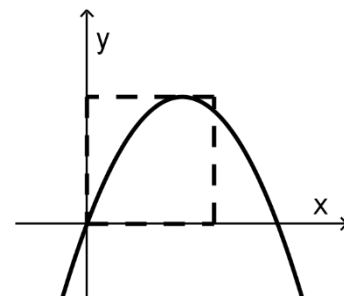
Anforderungsniveau	Prüfungsteil	Sachgebiet <sup>1</sup>	Aufgabengruppe
erhöht	A	Analysis	1

### 1 Aufgabe

Gegeben ist die in  $\mathbb{R}$  definierte Funktion  $f: x \mapsto -x^2 + 2ax$  mit  $a \in ]1; +\infty[$ . Die Nullstellen von  $f$  sind 0 und  $2a$ .

**a** Zeigen Sie, dass das Flächenstück, das der Graph von  $f$  mit der  $x$ -Achse einschließt, den Inhalt  $\frac{4}{3}a^3$  hat.

**b** Der Hochpunkt des Graphen von  $f$  liegt auf einer Seite eines Quadrats; zwei Seiten dieses Quadrats liegen auf den Koordinatenachsen (vgl. Abbildung). Der Flächeninhalt des Quadrats stimmt mit dem Inhalt des Flächenstücks, das der Graph von  $f$  mit der  $x$ -Achse einschließt, überein. Bestimmen Sie den Wert von  $a$ .



BE

2

3

5

<sup>1</sup> verwendete Abkürzungen: AG/LA - Analytische Geometrie/Lineare Algebra, AG/LA (A1) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A1), AG/LA (A2) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A2)

## 2 Erwartungshorizont

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe eine mögliche Lösung dar. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

	<b>BE</b>
<b>a</b> $\int_0^{2a} f(x) dx = \left[ -\frac{1}{3}x^3 + ax^2 \right]_0^{2a} = -\frac{8}{3}a^3 + 4a^3 = \frac{4}{3}a^3$	2
<b>b</b> Hochpunkt des Graphen von $f: (a   a^2)$ Für $a \in ]1; +\infty[$ gilt: $\frac{4}{3}a^3 = (a^2)^2 \Leftrightarrow a = \frac{4}{3}$	3
	5

## 3 Standardbezug

Teil- auf- gabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen					
		K1	K2	K3	K4	K5	K6
<b>a</b>	2						
<b>b</b>	3						

## 4 Bewertungshinweise

Die Bewertung der erbrachten Prüfungsleistungen hat sich für jede Teilaufgabe nach der am rechten Rand der Aufgabenstellung angegebenen Anzahl maximal erreichbarer Bewertungseinheiten (BE) zu richten.

Für die Bewertung der Gesamtleistung eines Prüflings ist ein Bewertungsraster<sup>2</sup> vorgesehen, das angibt, wie die in den Prüfungsteilen A und B insgesamt erreichten Bewertungseinheiten in Notenpunkte umgesetzt werden.

<sup>2</sup> Das Bewertungsraster ist Teil des Dokuments „Beschreibung der Struktur“, das auf den Internetseiten des IQB zum Download bereitsteht.