

Gemeinsame Abituraufgabenpools der Länder

Pool für das Jahr 2022

Aufgaben für das Fach Mathematik

Kurzbeschreibung

Anforderungsniveau	Prüfungsteil	Sachgebiet ¹	digitales Hilfsmittel
grundlegend	B	Stochastik	MMS

1 Aufgabe

In einem Paketzentrum werden pro Jahr viele Millionen Pakete angeliefert. Die Pakete werden automatisch nach ihrem Bestimmungsort sortiert. 10 % der Pakete haben das Ziel A, 7 % das Ziel B. Die übrigen Pakete haben andere Ziele.

- a** Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass von 100 zufällig ausgewählten Paketen
- ◆ genau neun das Ziel B haben.
 - ◆ weniger als neun das Ziel B haben.

- b** Unter 100 zufällig ausgewählten Paketen haben genau neun das Ziel B. Berechnen Sie die prozentuale Abweichung dieser Anzahl vom Erwartungswert für die Anzahl von Paketen mit dem Ziel B unter 100 zufällig ausgewählten Paketen.

Im Paketzentrum werden 20 Pakete zufällig ausgewählt.

- c** Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass von den 20 ausgewählten Paketen keines das Ziel C hat, beträgt etwa 54 %. Ermitteln Sie den Anteil der Pakete mit dem Ziel C unter allen Paketen, die pro Jahr im Paketzentrum angeliefert werden.

- d** Die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses im Sachzusammenhang kann mit dem Term $0,9^{14} \cdot \sum_{i=0}^3 \binom{6}{i} \cdot 0,1^i \cdot 0,9^{6-i}$ berechnet werden. Geben Sie ein passendes Ereignis an.

¹ verwendete Abkürzungen: AG/LA - Analytische Geometrie/Lineare Algebra, AG/LA (A1) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A1), AG/LA (A2) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A2)

Alle im Paketzentrum angelieferten Pakete werden im Rahmen der Sortierung gewogen. 5 % der Pakete haben eine Masse von mehr als 10 kg und gelten damit als schwer. Von den Paketen mit dem Ziel A sind 8 % schwer.

Ein Paket wird zufällig ausgewählt. Betrachtet werden die folgenden Ereignisse:

S: „Das ausgewählte Paket ist schwer.“

Z: „Das ausgewählte Paket hat das Ziel A.“

- e** Stellen Sie den Sachzusammenhang in einer vollständig ausgefüllten Vierfeldertafel dar. 3
- f** Untersuchen Sie, ob der Anteil der Pakete mit dem Ziel A unter den schweren Paketen ebenso groß ist wie unter den Paketen, die nicht schwer sind. 3
- g** Von den Paketen, die das Ziel B haben, sind 2 % schwer. Entscheiden Sie, ob der Anteil der schweren Pakete unter denjenigen, die weder das Ziel A noch das Ziel B haben, kleiner als 5 %, gleich 5 % oder größer als 5 % ist. Begründen Sie Ihre Entscheidung, ohne diesen Anteil zu berechnen. 3

20

2 Erwartungshorizont

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe eine mögliche Lösung dar. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

		BE																
a	X: Anzahl der Pakete, die das Ziel B haben $P_{0,07}^{100}(X=9) \approx 10\%$ $P_{0,07}^{100}(X < 9) \approx 73\%$	3																
b	$\frac{9-0,07 \cdot 100}{0,07 \cdot 100} \approx 29\%$	3																
c	$(1-x)^{20} = 0,54$ liefert für den gesuchten Anteil: $x \approx 3\%$	3																
d	Von den 20 ausgewählten Paketen haben die ersten 14 und von den weiteren 6 mindestens 3 nicht das Ziel A.	2																
e	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th></th> <th>S</th> <th>\bar{S}</th> <th></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <th>Z</th> <td>0,8 %</td> <td>9,2 %</td> <td>10 %</td> </tr> <tr> <th>\bar{Z}</th> <td>4,2 %</td> <td>85,8 %</td> <td>90 %</td> </tr> <tr> <td></td> <td>5 %</td> <td>95 %</td> <td>100 %</td> </tr> </tbody> </table>		S	\bar{S}		Z	0,8 %	9,2 %	10 %	\bar{Z}	4,2 %	85,8 %	90 %		5 %	95 %	100 %	3
	S	\bar{S}																
Z	0,8 %	9,2 %	10 %															
\bar{Z}	4,2 %	85,8 %	90 %															
	5 %	95 %	100 %															
f	Der Anteil der schweren Pakete ist unter denjenigen mit dem Ziel A anders als unter allen Paketen. Damit sind die Ereignisse S und Z stochastisch abhängig. Die beiden betrachteten Anteile stimmen also nicht überein.	3																
g	Unter allen Paketen ist der Anteil derer mit dem Ziel A größer als der Anteil derer mit dem Ziel B. Damit ist der Anteil der schweren Pakete unter denen mit den	3																

	Zielen A und B insgesamt größer als 5 %. Der Anteil der schweren Pakete unter denjenigen, die weder das Ziel A noch das Ziel B haben, ist also kleiner als 5 %.	20
--	---	----

3 Standardbezug

Teilaufgabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen						Anforderungsbereich		
		K1	K2	K3	K4	K5	K6	I	II	III
a	3			I		I		X		
b	3		I	I		I	I	X		
c	3		II	I		I	II		X	
d	2	III		II	II		II			X
e	3		II	I	I	I	I		X	
f	3	II		II			II		X	
g	3	III	III				II			X

4 Bewertungshinweise

Die Bewertung der erbrachten Prüfungsleistungen hat sich für jede Teilaufgabe nach der am rechten Rand der Aufgabenstellung angegebenen Anzahl maximal erreichbarer Bewertungseinheiten (BE) zu richten.

Für die Bewertung der Gesamtleistung eines Prüflings ist passend zur Konzeption der Aufgaben der Aufgabensammlung und des Abituraufgabenpools ein Bewertungsraster² vorgesehen, das angibt, wie die in den Prüfungsteilen A und B insgesamt erreichten Bewertungseinheiten in Notenpunkte umgesetzt werden.

² Das Bewertungsraster ist Teil des Dokuments „Beschreibung der Struktur“, das auf den Internetseiten des IQB zum Download bereitsteht.