Gemeinsame Abituraufgabenpools der Länder

Pool für das Jahr 2022

Aufgaben für das Fach Mathematik

Kurzbeschreibung

Anforderungsniveau	Prüfungsteil	Sachgebiet[1]	digitales Hilfsmittel
grundlegend	B	AG/LA (A2)	WTR

1 Aufgabe

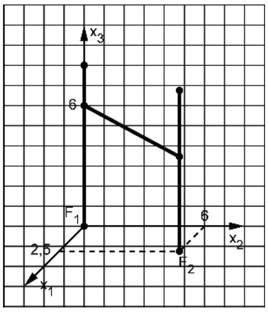
	BE
Ein Element eines Klettergartens ist eine ebene, viereckige Kletterwand. In einem Koordinatensystem können die Eckpunkte der Kletterwand durch die Punkte $A(6\mid 7\mid 4)$, $B(10\mid 5\mid 5)$, $C(9\mid 5{,}5\mid 8)$ und $D(5\mid 7{,}5\mid 7)$ beschrieben werden. Die x_1x_2-Ebene stellt den horizontalen Boden dar. Eine Längeneinheit im Koordinatensystem entspricht 1 m in der Wirklichkeit.	
a Weisen Sie nach, dass die Kletterwand die Form eines Parallelogramms hat, aber nicht rechteckig ist.	3
b Zeigen Sie, dass die Kletterwand vertikal ausgerichtet ist.	3
c Auf der Kletterwand verläuft eine horizontale Linie, die im Modell den Punkt D enthält. Diese Linie teilt die Wand in zwei Teile. Begründen Sie, dass der Flächeninhalt des unteren Teils größer ist als der des oberen Teils.	3
Ein anderes Element des Klettergartens ist ein Stahlseil, das zwischen zwei vertikal stehenden, acht Meter hohen Masten gespannt ist. Der Fußpunkt des ersten Masts wird durch $F_1(0\mid 0\mid 0)$ dargestellt, der Fußpunkt des zweiten Masts durch $F_2(2{,}5\mid 6\mid 0)$. Das Seil ist am ersten Mast in einer Höhe von 6 m befestigt, am zweiten Mast in einer Höhe von 4,7 m. Es soll davon ausgegangen werden, dass das Seil geradlinig verläuft.	
d Stellen Sie die beiden Masten und das Seil in einem dreidimensionalen Koordinatensystem dar.	3

[1] verwendete Abkürzungen: AG/LA - Analytische Geometrie/Lineare Algebra, AG/LA (A1) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A1), AG/LA (A2) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A2)

e	Bestimmen Sie die Neigung des Seils zwischen den beiden Masten in Prozent.	3
f	Über das bisher betrachtete Seil hinweg ist ein zweites Stahlseil gespannt. Dieses obere Seil verläuft im Modell entlang der Gerade $h: \vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 8 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ mit $t \in \mathbb{R}$. Ein Punkt des oberen Seils liegt vertikal über einem Punkt des unteren Seils. Ermitteln Sie den Abstand dieser beiden Punkte.	5
		20

2 Erwartungshorizont

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe eine mögliche Lösung dar. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

		BE
a	$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} = \overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{AB} \circ \overrightarrow{AD} = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} -1 \\ 0{,}5 \\ 3 \end{pmatrix} = -2 \neq 0$	3
b	Bezeichnet man einen Normalenvektor der Ebene, in der die Punkte A, B und D liegen, mit $\vec{n}$, so liefern $\overrightarrow{AB} \circ \vec{n} = 0$ und $\overrightarrow{AD} \circ \vec{n} = 0$ das folgende Gleichungssystem: I $4n_1 - 2n_2 + n_3 = 0$ II $-n_1 + 0{,}5n_2 + 3n_3 = 0 \Leftrightarrow -4n_1 + 2n_2 + 12n_3 = 0$ Damit gilt $n_3 = 0$, d. h. der Normalenvektor der Ebene steht senkrecht zum Normalenvektor der x_1x_2-Ebene.	3
c	Eine gedachte gerade Linie zwischen den durch D und B dargestellten Eckpunkten der Kletterwand teilt diese in zwei Teile mit gleichem Flächeninhalt. Da die x_3-Koordinate von D größer ist als die von B, verläuft die horizontale Linie oberhalb der gedachten Linie.	3
d		3
e	$\left\lvert \overrightarrow{F_1F_2} \right\rvert = \left\lvert \begin{pmatrix} 2{,}5 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix} \right\rvert = 6{,}5$ $\frac{6-4{,}7}{6{,}5} = 20\,\%$	3

f	Die Gerade, mit deren Hilfe sich das untere Seil beschreiben lässt, kann durch die Gleichung $\vec{x}=\begin{pmatrix}0\\0\\6\end{pmatrix}+s\cdot\begin{pmatrix}2,5\\6\\-1,3\end{pmatrix}$ mit $s\in\mathbb{R}$ dargestellt werden. Da die beiden beschriebenen Punkte im Modell die gleiche x_2-Koordinate haben, gilt $6s=3$, d. h. $s=0,5$. Der untere Punkt liegt also in einer Höhe von 5,35 m. Das obere Seil verläuft horizontal in einer Höhe von 8 m, der gesuchte Abstand beträgt also 2,65 m.	5
		20

3 Standardbezug

Teilaufgabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen						Anforderungsbereich		
		K1	K2	K3	K4	K5	K6	I	II	III
a	3	I				I		X		
b	3		I	I		II			X	
c	3	II		II			I		X	
d	3				I			X		
e	3		II	I		I	I		X	
f	5	II	III	II	II	I	II			X

4 Bewertungshinweise

Die Bewertung der erbrachten Prüfungsleistungen hat sich für jede Teilaufgabe nach der am rechten Rand der Aufgabenstellung angegebenen Anzahl maximal erreichbarer Bewertungseinheiten (BE) zu richten.

Für die Bewertung der Gesamtleistung eines Prüflings ist passend zur Konzeption der Aufgaben der Aufgabensammlung und des Abituraufgabenpools ein Bewertungsraster[2] vorgesehen, das angibt, wie die in den Prüfungsteilen A und B insgesamt erreichten Bewertungseinheiten in Notenpunkte umgesetzt werden.

[2] Das Bewertungsraster ist Teil des Dokuments „Beschreibung der Struktur“, das auf den Internetseiten des IQB zum Download bereitsteht.