

Gemeinsame Abituraufgabenpools der Länder

## Pool für das Jahr 2022

Aufgaben für das Fach Mathematik

### Kurzbeschreibung

Anforderungsniveau	Prüfungsteil	Sachgebiet <sup>1</sup>	digitales Hilfsmittel
grundlegend	B	Stochastik	WTR

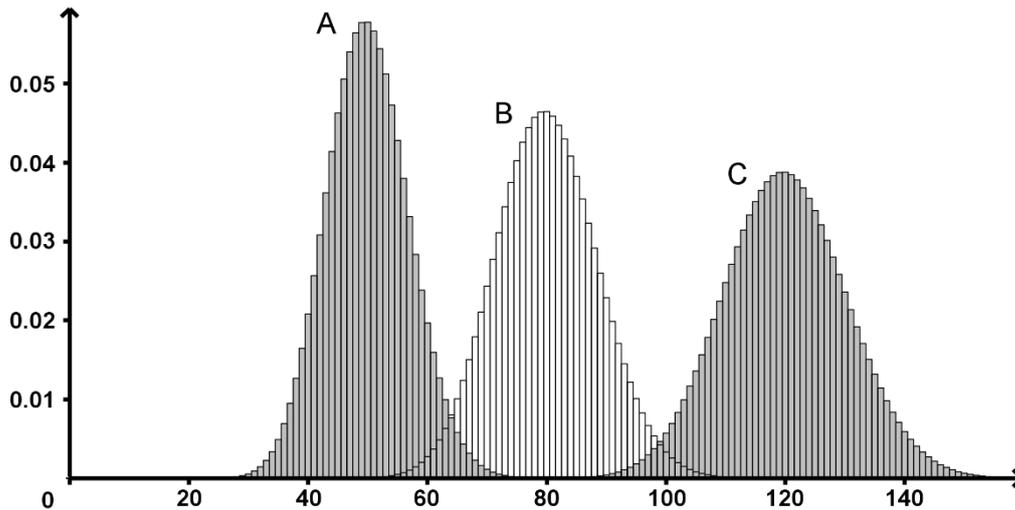
### 1 Aufgabe

Eine weltweit verbreitete Krankheit wird ausschließlich durch Infektion mit Bakterien verursacht. Ein Drittel aller Menschen infizieren sich im Laufe ihres Lebens mit den Bakterien. Bei 8 % derjenigen, die sich infizieren, bricht die Krankheit im Laufe ihres Lebens aus.

- |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |                                                      |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------|
| <p><b>1 a</b> Stellen Sie den beschriebenen Sachzusammenhang in einem beschrifteten Baumdiagramm dar.</p> <p><b>b</b> Ermitteln Sie den Anteil der Menschen, bei denen die Krankheit im Laufe ihres Lebens nicht ausbricht.</p> <p><b>c</b> Bei einem zufällig ausgewählten Menschen bricht die Krankheit im Laufe seines Lebens nicht aus. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass er sich im Laufe seines Lebens infiziert hat.</p> <p><b>2</b> Für zwei medizinische Studien zu der betrachteten Krankheit werden die Teilnehmerinnen und Teilnehmer zufällig ausgewählt. Die Anzahl der Infizierten unter den Teilnehmenden soll bei jeder der beiden Studien als binomialverteilt mit dem Parameter <math>p = \frac{1}{3}</math> angenommen werden.</p> <p><b>a</b> Bei der ersten Studie beträgt der Erwartungswert für die Anzahl der Infizierten unter den Teilnehmenden 200. Berechnen Sie die Anzahl der Teilnehmenden sowie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass davon genau 200 infiziert sind.</p> | <p><b>BE</b></p> <p>3</p> <p>2</p> <p>3</p> <p>2</p> |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------|

<sup>1</sup> verwendete Abkürzungen: AG/LA (A1) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A1),  
AG/LA (A2) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A2)

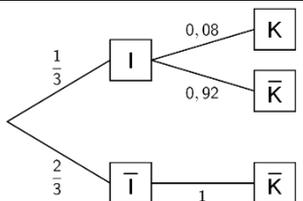
- b** Bei der zweiten Studie ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass von den Teilnehmenden genau 30 infiziert sind, etwa 3,6 %. Bestimmen Sie eine mögliche Anzahl der Teilnehmenden. 3
- 3** Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Krankheit bei einem infizierten Menschen ausbricht, hängt von verschiedenen Faktoren (z. B. vom Immunsystem) ab. Die Abbildung zeigt für drei verschiedene Risikogruppen A, B und C für jeweils 1000 infizierte Menschen die Wahrscheinlichkeitsverteilung für die Anzahl der Menschen, bei denen die Krankheit ausbricht.



- a** Beurteilen Sie jede der beiden folgenden Aussagen: 3
- I Für die Risikogruppen B und C sind die Wahrscheinlichkeiten dafür, dass die Krankheit bei genau 99 von 1000 infizierten Menschen ausbricht, etwa gleich groß.
  - II Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Krankheit ausbricht, ist für infizierte Menschen der Risikogruppe C geringer als für infizierte Menschen der beiden anderen Risikogruppen.
- b** Beurteilen Sie die folgende Behauptung: 4
- Für binomialverteilte Zufallsgrößen mit den Parametern  $n = 1000$  und  $p$  mit  $0 < p < 0,5$  nimmt die Varianz mit steigendem Wert von  $p$  zu.

## 2 Erwartungshorizont

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe eine mögliche Lösung dar. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

		BE
1	<p><b>a</b></p>  <p>I: „Ein Mensch infiziert sich im Laufe seines Lebens.“ K: „Bei einem Menschen bricht die Krankheit im Laufe seines Lebens aus.“</p>	3
	<p><b>b</b> <math>\frac{1}{3} \cdot 0,92 + \frac{2}{3} \approx 97,3\%</math></p>	2
	<p><b>c</b> <math>\frac{\frac{1}{3} \cdot 0,92}{\frac{1}{3} \cdot 0,92 + \frac{2}{3}} \approx 31,5\%</math></p>	3
2	<p><b>a</b> X: Anzahl der infizierten Menschen  <math>200 \cdot 3 = 600</math>  <math>P_{\frac{1}{3}}^{600}(X = 200) \approx 3,5\%</math></p>	2
	<p><b>b</b> <math>P_{\frac{1}{3}}^{109}(X = 30) \approx 3,6\%</math>                      Eine mögliche Anzahl der Teilnehmenden beträgt 109.</p>	3
3	<p><b>a</b> I: Die Aussage ist richtig. In den Wahrscheinlichkeitsverteilungen für die Risikogruppen B und C sind die beiden Säulen für 99 Menschen etwa gleich hoch.                      II: Die Aussage ist falsch. Der Abbildung ist zu entnehmen, dass – bei gleicher Anzahl infizierter Menschen – der Erwartungswert für die Anzahl der Menschen, bei denen die Krankheit ausbricht, für die Risikogruppe C größer ist als für die beiden anderen Risikogruppen.</p>	3
	<p><b>b</b> Varianz: <math>1000 \cdot p \cdot (1 - p)</math>                      Stellt man die Werte des Terms <math>1000 \cdot p \cdot (1 - p)</math> in Abhängigkeit von p grafisch dar, so erhält man eine nach unten geöffnete Parabel, die die p-Achse bei 0 und 1 schneidet und damit für <math>p = 0,5</math> ihren Hochpunkt hat. Folglich nehmen die Werte des Terms für <math>0 &lt; p &lt; 0,5</math> mit steigendem Wert von p zu, die Behauptung ist also richtig.</p>	4
		20

## 3 Standardbezug

Teilaufgabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen						Anforderungsbereich		
		K1	K2	K3	K4	K5	K6	I	II	III
1 a	3				I		I	X		
b	2	I				I		X		

c	3		II	II		I			X	
2 a	2		I	I		I		X		
b	3		II			II			X	
3 a	3	II		I	I				X	
b	4	III	III							X

## 4 Bewertungshinweise

---

Die Bewertung der erbrachten Prüfungsleistungen hat sich für jede Teilaufgabe nach der am rechten Rand der Aufgabenstellung angegebenen Anzahl maximal erreichbarer Bewertungseinheiten (BE) zu richten.

Für die Bewertung der Gesamtleistung eines Prüflings ist passend zur Konzeption der Aufgaben der Aufgabensammlung und des Abituraufgabenpools ein Bewertungsraster<sup>2</sup> vorgesehen, das angibt, wie die in den Prüfungsteilen A und B insgesamt erreichten Bewertungseinheiten in Notenpunkte umgesetzt werden.

<sup>2</sup> Das Bewertungsraster ist Teil des Dokuments „Beschreibung der Struktur“, das auf den Internetseiten des IQB zum Download bereitsteht.