

Gemeinsame Abituraufgabenpools der Länder

# Pool für das Jahr 2021

## Aufgaben für das Fach Mathematik

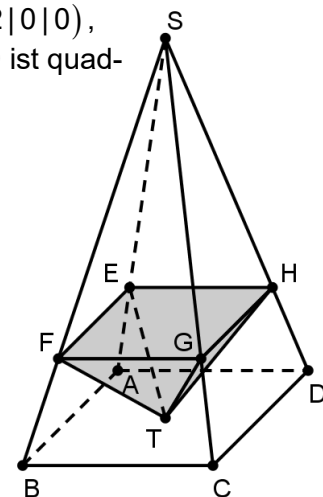
### Kurzbeschreibung

Anforderungsniveau	Prüfungsteil	Sachgebiet <sup>1</sup>	digitales Hilfsmittel
grundlegend	B	AG/LA (A2)	CAS

### 1 Aufgabe

Die Abbildung zeigt die Pyramide ABCDS mit  $A(0|0|0)$ ,  $B(2|0|0)$ ,  $C(2|2|0)$ ,  $D(0|2|0)$  und  $S(1|1|4)$ . Die Grundfläche ABCD ist quadratisch.

- Begründen Sie, dass die Pyramide ABCDS gerade ist, und berechnen Sie den Inhalt ihrer Oberfläche.
- Bestimmen Sie die Größe des Neigungswinkels der Seitenfläche ABS gegenüber der Grundfläche ABCD.
- Der Mittelpunkt der Kante  $\overline{CD}$  wird mit M bezeichnet. Untersuchen Sie, ob es einen Punkt P auf der Kante  $\overline{DS}$  gibt, für den das Dreieck BMP rechtwinklig ist.



Die Ebene mit der Gleichung  $x_3 = 1$  schneidet die vier vom Punkt S ausgehenden Kanten der Pyramide ABCDS in den Punkten E, F, G und H (vgl. Abbildung). Der Schnittpunkt der Diagonalen der Grundfläche ABCD wird mit T bezeichnet.

- Gegeben ist die folgende Lösung einer Aufgabe im Zusammenhang mit den betrachteten geometrischen Objekten:

BE

6

3

5

3

<sup>1</sup> verwendete Abkürzungen: AG/LA - Analytische Geometrie/Lineare Algebra, AG/LA (A1) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A1), AG/LA (A2) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A2)

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \sigma \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ liefert } \sigma = \frac{1}{4} \text{ und damit } x_1 = 1,75 \text{ und } x_2 = 0,25.$$

Geben Sie eine passende Aufgabenstellung an und erläutern Sie den Ansatz der gegebenen Lösung.

- e Ermitteln Sie das Volumen der Pyramide EFGHT.

3

20

## 2 Erwartungshorizont

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe eine mögliche Lösung dar. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

	BE
<p><b>a</b> Die Grundfläche liegt in der <math>x_1x_2</math>-Ebene. Der Schnittpunkt ihrer Diagonalen hat die gleichen <math>x_1</math>- und <math>x_2</math>-Koordinaten wie S.</p> <p>Mit dem Mittelpunkt <math>M(2 1 0)</math> von <math>\overline{BC}</math> ergibt sich für den Inhalt der Oberfläche <math>2 \cdot 2 + 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot  \overline{MS}  = 4 + 4\sqrt{17}</math>.</p>	6
<p><b>b</b> <math>\tan \varphi = \frac{ \overline{ST} }{\frac{1}{2} \overline{BC} }</math> liefert <math>\varphi \approx 76^\circ</math>.</p>	3
<p><b>c</b> Der Mittelpunkt von <math>\overline{CD}</math> ist <math>M(1 2 0)</math>.</p> <p>Gleichung der Gerade durch D und S: <math>\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix}, r \in \mathbb{R}</math></p> <p>Ein möglicher Punkt P hat die Form <math>(r 2-r 4r)</math> mit <math>0 \leq r \leq 1</math>. Es gilt <math>\overline{MB} \circ \overline{MP} = 0 \Leftrightarrow r = \frac{1}{3}</math>, d. h. es gibt einen solchen Punkt.</p>	5
<p><b>d</b> Aufgabenstellung: „Bestimmen Sie die <math>x_1</math>- und die <math>x_2</math>-Koordinate von F.“</p> <p>Der Ansatz liefert den Punkt auf der Gerade durch B und S, der die <math>x_3</math>-Koordinate 1 hat.</p>	3
<p><b>e</b> Mit <math>F(1,75 0,25 1)</math> und <math>G(1,75 1,75 1)</math> ergibt sich <math>\frac{1}{3} \cdot  \overline{FG} ^2 \cdot 1 = \frac{3}{4}</math>.</p>	3
	20

### 3 Standardbezug

Teilaufgabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen						Anforderungsbereich		
		K1	K2	K3	K4	K5	K6	I	II	III
a	6	I	I		I	I		X		
b	3				II	I			X	
c	5	II	III		II	II				X
d	3	II			II		II		X	
e	3	II	II		I	I			X	

### 4 Bewertungshinweise

Die Bewertung der erbrachten Prüfungsleistungen hat sich für jede Teilaufgabe nach der am rechten Rand der Aufgabenstellung angegebenen Anzahl maximal erreichbarer Bewertungseinheiten (BE) zu richten.

Für die Bewertung der Gesamtleistung eines Prüflings ist ein Bewertungsraster<sup>2</sup> vorgesehen, das angibt, wie die in den Prüfungsteilen A und B insgesamt erreichten Bewertungseinheiten in Notenpunkte umgesetzt werden.

<sup>2</sup> Das Bewertungsraster ist Teil des Dokuments „Beschreibung der Struktur“, das auf den Internetseiten des IQB zum Download bereitsteht.