

Gemeinsame Abituraufgabenpools der Länder

Pool für das Jahr 2021

Aufgaben für das Fach Mathematik

Kurzbeschreibung

Anforderungsniveau	Prüfungsteil	Sachgebiet ¹	digitales Hilfsmittel
grundlegend	B	AG/LA (A1)	WTR

1 Aufgabe

In einer Stadt bieten die Taxiunternehmen A, B und C ihre Dienstleistung an. Die Verteilung der Kunden lässt sich durch Vektoren der Form $\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ darstellen, wobei a, b und c

die Anzahlen der Kunden der Unternehmen A, B bzw. C bezeichnen. Damit kann die Entwicklung der Kundenverteilung von einem Monat n zum nächsten modellhaft durch

die Gleichung $\vec{v}_{n+1} = M \cdot \vec{v}_n$ mit $M = \begin{pmatrix} 0,1 & 0,1 & 0,7 \\ 0,3 & 0,8 & 0,2 \\ 0,6 & 0,1 & 0,1 \end{pmatrix}$ beschrieben werden. Die inverse

Matrix von M ist $M^{-1} = \frac{1}{30} \cdot \begin{pmatrix} -6 & -6 & 54 \\ -9 & 41 & -19 \\ 45 & -5 & -5 \end{pmatrix}$.

a Stellen Sie die Entwicklung der Kundenverteilung von einem Monat n zum nächsten in einem Übergangendiagramm dar.

Im Folgenden soll vereinfachend eine feste Gruppe von 7000 einheimischen Kunden betrachtet werden, die sich auf die drei Taxiunternehmen verteilen.

b Es gibt eine Kundenverteilung mit 1600 Kunden des Unternehmens A, die sich nicht mehr verändern würde. Ermitteln Sie diese Verteilung.

BE

3

3

¹ verwendete Abkürzungen: AG/LA - Analytische Geometrie/Lineare Algebra, AG/LA (A1) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A1), AG/LA (A2) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A2)

c In einem Monat hat das Unternehmen A 2000 Kunden. Ermitteln Sie alle Werte, die für die Anzahl der Kunden des Unternehmens B im folgenden Monat möglich sind. 4

d Im Mai eines Jahres hat das Unternehmen A 2800 Kunden, das Unternehmen B 2400 Kunden und das Unternehmen C 1800 Kunden. Ermitteln Sie die Kundenverteilung im vorhergehenden Monat sowie die prozentuale Abnahme der Anzahl der Kunden des Unternehmens C beim Übergang von April zu Mai. 4

Aufgrund der Unzuverlässigkeit des Taxiunternehmens B hat sich der Anteil der Kunden, die von Monat zu Monat bei diesem Unternehmen bleiben, verringert. Die Kunden, die nun zusätzlich zu einem anderen Taxiunternehmen wechseln, verteilen sich jeweils zur Hälfte auf die Unternehmen A und C. Die Anteile der Kunden der Unternehmen A und C, die bisher das Unternehmen von Monat zu Monat gewechselt haben, bleiben erhalten, diese Kunden wechseln nun aber nicht mehr zum Unternehmen B.

e Entscheiden Sie, welche der folgenden Matrizen P und Q das geänderte Wechselverhalten der Kunden beschreibt, und begründen Sie Ihre Entscheidung. 2

$$P = \begin{pmatrix} 0,1 & 0,18 & 0,9 \\ 0 & 0,68 & 0 \\ 0,9 & 0,14 & 0,1 \end{pmatrix} \qquad Q = \begin{pmatrix} 0,1 & 0,18 & 0,9 \\ 0 & 0,64 & 0 \\ 0,9 & 0,18 & 0,1 \end{pmatrix}$$

f Von dem Zeitpunkt an, ab dem das geänderte Wechselverhalten gilt, nimmt die Anzahl der Kunden des Unternehmens B kontinuierlich ab. Geben Sie an, wie sich dies in der Matrix zeigt, die Sie in der Teilaufgabe e gewählt haben. Ermitteln Sie, im wievielten Monat nach dem genannten Zeitpunkt die Anzahl der Kunden des Unternehmens B erstmalig kleiner ist als 1 % der Anzahl der Kunden, die das Unternehmen B unmittelbar vor diesem Zeitpunkt hatte. 4

20

2 Erwartungshorizont

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe eine mögliche Lösung dar. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

		BE
a		3
b	$0,1 \cdot 1600 + 0,1b + 0,7 \cdot (5400 - b) = 1600 \Leftrightarrow 0,6b = 2340 \Leftrightarrow b = 3900$ $c = 5400 - 3900 = 1500$	3
c	$0,3 \cdot 2000 + 0,8b + 0,2 \cdot (5000 - b) = 1600 + 0,6b$ Mit $0 \leq b \leq 5000$ ergibt sich, dass die Anzahl der Kunden des Unternehmens B im folgenden Monat mindestens 1600 und höchstens 4600 beträgt.	4

d	$\frac{1}{30} \cdot \begin{pmatrix} -6 & -6 & 54 \\ -9 & 41 & -19 \\ 45 & -5 & -5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2800 \\ 2400 \\ 1800 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2200 \\ 1300 \\ 3500 \end{pmatrix}$ $\frac{3500-1800}{3500} \approx 49\%$	4
e	Q beschreibt das geänderte Wechselverhalten. Begründung: Würde P das geänderte Wechselverhalten beschreiben, so würden sich die Kunden, die vom Unternehmen B nun zusätzlich zu einem anderen Unternehmen wechseln, nicht jeweils zur Hälfte auf die Unternehmen A und C verteilen.	2
f	Der Anteil der Kunden, die von Monat zu Monat beim Unternehmen B bleiben, ist mit 0,64 kleiner als 1. Die Anteile der Kunden der Unternehmen A und C, die zum Unternehmen B wechseln, sind jeweils 0. $0,64^n < 0,01 \Leftrightarrow n > \log_{0,64} 0,01 \approx 10,3$ Die Bedingung ist erstmalig im elften Monat nach der Änderung erfüllt.	4
		20

3 Standardbezug

Teilaufgabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen						Anforderungsbereich		
		K1	K2	K3	K4	K5	K6	I	II	III
a	3			I	I		I	X		
b	3		II	I		I	I		X	
c	4	III	III	I		I				X
d	4			I		I		X		
e	2	II		II	II		II		X	
f	4			II		II	II		X	

4 Bewertungshinweise

Die Bewertung der erbrachten Prüfungsleistungen hat sich für jede Teilaufgabe nach der am rechten Rand der Aufgabenstellung angegebenen Anzahl maximal erreichbarer Bewertungseinheiten (BE) zu richten.

Für die Bewertung der Gesamtleistung eines Prüflings ist ein Bewertungsraster² vorgesehen, das angibt, wie die in den Prüfungsteilen A und B insgesamt erreichten Bewertungseinheiten in Notenpunkte umgesetzt werden.

² Das Bewertungsraster ist Teil des Dokuments „Beschreibung der Struktur“, das auf den Internetseiten des IQB zum Download bereitsteht.