

Gemeinsame Abituraufgabenpools der Länder

Pool für das Jahr 2021

Aufgaben für das Fach Mathematik

Kurzbeschreibung

Anforderungsniveau	Prüfungsteil	Sachgebiet ¹	digitales Hilfsmittel
erhöht	B	Stochastik	CAS

1 Aufgabe

1 Für ein Land wird die Bevölkerungsgruppe der Erwachsenen betrachtet. In dieser Bevölkerungsgruppe beträgt der Anteil der Internetnutzer 88 %; der Anteil derjenigen, die mindestens 65 Jahre alt sind und das Internet nutzen, beträgt 17 %. Die betrachtete Bevölkerungsgruppe besteht aus 60,7 Millionen Personen, von denen 16,4 Millionen mindestens 65 Jahre alt sind.

Aus der betrachteten Bevölkerungsgruppe wird eine Person zufällig ausgewählt. Untersucht werden folgende Ereignisse:

A: „Die Person nutzt das Internet.“

B: „Die Person ist mindestens 65 Jahre alt.“

a Stellen Sie den Sachzusammenhang in einer vollständig ausgefüllten Vierfeldertafel dar. 3

b Untersuchen Sie, ob die Ereignisse A und B stochastisch unabhängig sind. 3

c Beschreiben Sie das Ereignis $\bar{A} \cap B$ im Sachzusammenhang. 2

d Bestimmen Sie für den Fall, dass die ausgewählte Person jünger als 65 Jahre ist, die Wahrscheinlichkeit dafür, dass sie das Internet nutzt. 2

In der betrachteten Bevölkerungsgruppe nutzen etwa 72 % das Internet mit einem Smartphone.

e Aus der betrachteten Bevölkerungsgruppe werden 150 Personen zufällig ausgewählt. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Anzahl derjenigen 4

¹ verwendete Abkürzungen: AG/LA - Analytische Geometrie/Lineare Algebra, AG/LA (A1) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A1), AG/LA (A2) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A2)

	ausgewählten Personen, die das Internet mit einem Smartphone nutzen, weniger als 10 % vom Erwartungswert dieser Anzahl abweicht.	
f	Ermitteln Sie, wie viele Personen aus der betrachteten Bevölkerungsgruppe mindestens zufällig ausgewählt werden müssen, damit mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 98 % mehr als zwei dieser Personen das Internet mit einem Smartphone nutzen.	4
2	In zwei Behältern befinden sich insgesamt 300 Kugeln, von denen 105 weiß und die übrigen schwarz sind. Im ersten Behälter befinden sich k Kugeln, von denen w weiß sind. Jedem Behälter wird eine Kugel zufällig entnommen.	
a	Interpretieren Sie den Term $\frac{195-(k-w)}{300-k}$ im Sachzusammenhang.	3
b	Es gilt:	4
	<ul style="list-style-type: none"> ♦ Mit einer Wahrscheinlichkeit von 12,5 % sind beide entnommenen Kugeln weiß. ♦ Mit einer Wahrscheinlichkeit von 37,5 % ist die aus dem ersten Behälter entnommene Kugel schwarz und die aus dem zweiten Behälter entnommene Kugel weiß. 	
	Ermitteln Sie die Anzahl der weißen Kugeln im ersten Behälter.	
		25

2 Erwartungshorizont

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe eine mögliche Lösung dar. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

		BE																
1 a	<table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>A</th> <th>\bar{A}</th> <th></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <th>B</th> <td>17 %</td> <td>10 %</td> <td>27 %</td> </tr> <tr> <th>\bar{B}</th> <td>71 %</td> <td>2 %</td> <td>73 %</td> </tr> <tr> <th></th> <td>88 %</td> <td>12 %</td> <td>100 %</td> </tr> </tbody> </table>		A	\bar{A}		B	17 %	10 %	27 %	\bar{B}	71 %	2 %	73 %		88 %	12 %	100 %	3
	A	\bar{A}																
B	17 %	10 %	27 %															
\bar{B}	71 %	2 %	73 %															
	88 %	12 %	100 %															
b	$P_B(A) \approx \frac{17\%}{27\%} \approx 63\%$ Mit $P(A) = 88\%$ ergibt sich, dass A und B stochastisch abhängig sind.	3																
c	Die Person ist mindestens 65 Jahre alt und nutzt das Internet nicht.	2																
d	$\frac{71\%}{73\%} \approx 97\%$	2																
e	X: Anzahl derjenigen, die das Internet mit einem Smartphone nutzen Mit dem Erwartungswert $0,72 \cdot 150 = 108$ und $10\% \cdot 108 = 10,8$ ergibt sich $P_{0,72}^{150}(98 \leq X \leq 118) \approx 94\%$.	4																
f	Es gilt $P_{0,72}^7(X > 2) \approx 97,9\%$ und $P_{0,72}^8(X > 2) \approx 99,2\%$. Es müssen also mindestens acht Personen ausgewählt werden.	4																

2	a	Der Term gibt die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass die aus dem zweiten Behälter entnommene Kugel schwarz ist.	3
	b	Die Gleichungen $\frac{w}{k} \cdot \frac{105-w}{300-k} = 0,125$ und $\frac{k-w}{k} \cdot \frac{105-w}{300-k} = 0,375$ liefern, dass sich im ersten Behälter 45 weiße Kugeln befinden.	4
			25

3 Standardbezug

Teilaufgabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen						Anforderungsbereich		
		K1	K2	K3	K4	K5	K6	I	II	III
1 a	3				I	I	I	X		
b	3			II	I	I			X	
c	2			I	I		I	X		
d	2			II	I	I			X	
e	4		II	II		I	I		X	
f	4	II	III			II	II			X
2 a	3	II		II			I		X	
b	4	II	III	II		II				X

4 Bewertungshinweise

Die Bewertung der erbrachten Prüfungsleistungen hat sich für jede Teilaufgabe nach der am rechten Rand der Aufgabenstellung angegebenen Anzahl maximal erreichbarer Bewertungseinheiten (BE) zu richten.

Für die Bewertung der Gesamtleistung eines Prüflings ist ein Bewertungsraster² vorgesehen, das angibt, wie die in den Prüfungsteilen A und B insgesamt erreichten Bewertungseinheiten in Notenpunkte umgesetzt werden.

² Das Bewertungsraster ist Teil des Dokuments „Beschreibung der Struktur“, das auf den Internetseiten des IQB zum Download bereitsteht.