

Gemeinsame Abituraufgabenpools der Länder

Pool für das Jahr 2021

Aufgabe für das Fach Mathematik

Kurzbeschreibung

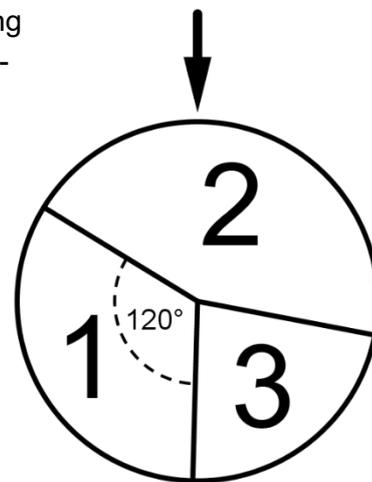
Anforderungsniveau	Prüfungsteil	Sachgebiet ¹	Aufgabengruppe
erhöht	A	Stochastik	2

1 Aufgabe

Für ein Spiel wird ein Glücksrad verwendet. Die Abbildung zeigt dieses Glücksrad schematisch. Die Wahrscheinlichkeit dafür, bei einmaligem Drehen die Zahl 2 zu erzielen, wird mit p bezeichnet.

Bei dem Spiel bezahlt jeder Spieler zunächst einen Einsatz von 1 Euro. Anschließend dreht er das Glücksrad zweimal. Erzielt er dabei zwei Zahlen, deren Summe mindestens 5 ist, wird ihm der Wert der Summe als Betrag in Euro ausgezahlt; ansonsten erfolgt keine Auszahlung. Wird das Spiel wiederholt durchgeführt, so ist zu erwarten, dass sich auf lange Sicht die Einsätze der Spieler und die Auszahlungen ausgleichen.

Leiten Sie unter Verwendung der beschriebenen Spielregeln eine Gleichung her, mit der der Wert von p berechnet werden könnte; erläutern Sie dabei Ihr Vorgehen.



BE
5

¹ verwendete Abkürzungen: AG/LA - Analytische Geometrie/Lineare Algebra, AG/LA (A1) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A1), AG/LA (A2) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A2)

2 Erwartungshorizont

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe eine mögliche Lösung dar. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

	BE
Eine Auszahlung erfolgt nur dann, wenn der Spieler zweimal die Zahl 3 oder die Zahlen 2 und 3 erzielt. Die Wahrscheinlichkeit dafür, zweimal die Zahl 3 zu erzielen, beträgt $\left(\frac{2}{3} - p\right)^2$, die Wahrscheinlichkeit dafür, die Zahlen 2 und 3 zu erzielen, $2 \cdot p \cdot \left(\frac{2}{3} - p\right)$. Damit sich die Einsätze der Spieler und die Auszahlungen auf lange Sicht ausgleichen, muss der Erwartungswert für die Auszahlung bei einmaliger Durchführung des Spiels mit dem Einsatz übereinstimmen. Damit ergibt sich für die gesuchte Gleichung: $2 \cdot p \cdot \left(\frac{2}{3} - p\right) \cdot 5 + \left(\frac{2}{3} - p\right)^2 \cdot 6 = 1$	5

3 Standardbezug

Teil- auf- gabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen					
		K1	K2	K3	K4	K5	K6
	5	II	III	II	I	I	II

4 Bewertungshinweise

Die Bewertung der erbrachten Prüfungsleistungen hat sich für jede Teilaufgabe nach der am rechten Rand der Aufgabenstellung angegebenen Anzahl maximal erreichbarer Bewertungseinheiten (BE) zu richten.

Für die Bewertung der Gesamtleistung eines Prüflings ist ein Bewertungsraster² vorgesehen, das angibt, wie die in den Prüfungsteilen A und B insgesamt erreichten Bewertungseinheiten in Notenpunkte umgesetzt werden.

² Das Bewertungsraster ist Teil des Dokuments „Beschreibung der Struktur“, das auf den Internetseiten des IQB zum Download bereitsteht.