

Gemeinsame Abituraufgabenpools der Länder

Pool für das Jahr 2020

Aufgaben für das Fach Mathematik

Kurzbeschreibung

Anforderungsniveau	Prüfungsteil	Sachgebiet ¹	digitales Hilfsmittel
grundlegend	B	AG/LA (A2)	CAS

1 Aufgabe

Betrachtet wird der abgebildete Würfel mit $A(0|0|0)$, $B(3|-3|3)$, $G(0|0|9)$ und $H(-3|3|6)$.

- Berechnen Sie das Volumen des Würfels.
- Begründen Sie, dass das Viereck $ABGH$ ein Rechteck ist. Zeichnen Sie das Rechteck in die Abbildung ein und geben Sie die Koordinaten des Schnittpunkts seiner Diagonalen an.
- Das Viereck $ABGH$ liegt in der Ebene L . Bestimmen Sie eine Gleichung von L in Koordinatenform.

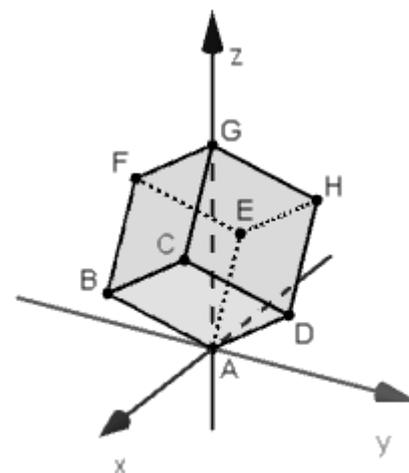
(zur Kontrolle: $x + y = 0$)

- Bestimmen Sie die Größe des Winkels, den die Ebene L mit der xz -Ebene einschließt.

- Betrachtet wird der Term $\overline{AM} + \frac{1}{2} \cdot |\overline{BG}| \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, wobei M der Mittelpunkt von \overline{BG} ist.

Geben Sie die Bedeutung des Terms im Zusammenhang mit dem Würfel an und begründen Sie Ihre Angabe.

- Die Ebene, die durch die Mittelpunkte der Kanten \overline{BC} , \overline{CG} , \overline{AD} und \overline{DH} verläuft, teilt



BE

2

4

3

2

4

5

¹ verwendete Abkürzungen: AG/LA (A1) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A1),
AG/LA (A2) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A2)

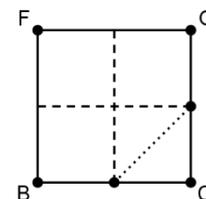
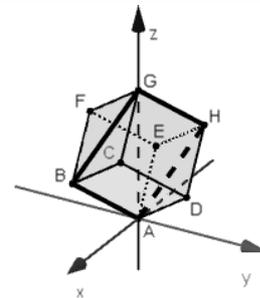
den Würfel in zwei Teilkörper. Begründen Sie mithilfe einer Skizze, dass das Volumen des kleineren Teilkörpers ein Achtel des Volumens des Würfels ist.

20

2 Erwartungshorizont

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe eine mögliche Lösung dar. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

	BE
<p>a $\overline{AB} ^3 = 81\sqrt{3}$</p>	2
<p>b \overline{AB} und \overline{GH} sind als Kanten, \overline{AH} und \overline{BG} als Seitendiagonalen eines Würfels gleich lang. \overline{BG} liegt in der Seitenfläche BFGC und steht damit senkrecht zu \overline{AB}. Schnittpunkt der Diagonalen des Rechtecks: $(0 0 4,5)$</p>	4
<p>c $\overline{AB} \circ \begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{pmatrix} \wedge \overline{AG} \circ \begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{pmatrix}$ liefert $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ als Normalenvektor von L. Da A in L liegt, ergibt sich für die gesuchte Gleichung $x + y = 0$.</p>	3
<p>d Da L die z-Achse enthält und den Winkel halbiert, den die positive x-Achse und die negative y-Achse einschließen, beträgt die Größe des gesuchten Winkels 45°.</p>	2
<p>e Mithilfe des Terms lässt sich der Vektor \overline{AC} bestimmen. Begründung: $\frac{1}{2} \cdot \overline{BG}$ ist die Hälfte der Länge der Seitendiagonale des Würfels, $\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ ein Vektor der Länge 1, der senkrecht zu L steht. Damit gilt $\overline{AM} + \frac{1}{2} \cdot \overline{BG} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \overline{AM} + \overline{MC} = \overline{AC}$.</p>	4
<p>f Der kleinere Teilkörper ist ein gerades Prisma. Die Grundfläche des Prismas ist eine Teilfläche der Seitenfläche BFGC; der Inhalt dieser Teilfläche ist ein Achtel des Inhalts der Seitenfläche BFGC. Die Höhe des Prismas stimmt mit der Kantenlänge des Würfels überein.</p>	5
	20



3 Standardbezug

Teilaufgabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen						Anforderungsbereich		
		K1	K2	K3	K4	K5	K6	I	II	III
a	2					I		X		
b	4	I			I	I		X		
c	3					II			X	
d	2					II			X	
e	4	III	III		II		II			X
f	5	II			II		II		X	

4 Bewertungshinweise

Die Bewertung der erbrachten Prüfungsleistungen hat sich für jede Teilaufgabe nach der am rechten Rand der Aufgabenstellung angegebenen Anzahl maximal erreichbarer Bewertungseinheiten (BE) zu richten.

Für die Bewertung der Gesamtleistung eines Prüflings ist ein Bewertungsraster² vorgesehen, das angibt, wie die in den Prüfungsteilen A und B insgesamt erreichten Bewertungseinheiten in Notenpunkte umgesetzt werden.

² Das Bewertungsraster ist Teil des Dokuments „Beschreibung der Struktur“, das auf den Internetseiten des IQB zum Download bereitsteht.