

Gemeinsame Abituraufgabenpools der Länder

Pool für das Jahr 2020

Aufgaben für das Fach Mathematik

Kurzbeschreibung

Anforderungsniveau	Prüfungsteil	Sachgebiet ¹	digitales Hilfsmittel
erhöht	B	Stochastik	WTR

1 Aufgabe

1 Ein Fahrradhändler hat festgestellt, dass es sich bei 40 % aller von ihm verkauften Fahrräder um Mountainbikes handelt. Es soll davon ausgegangen werden, dass in einer zufälligen Auswahl verkaufter Fahrräder die Anzahl der Mountainbikes binomialverteilt ist.

a Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass sich in einer zufälligen Auswahl von 100 verkauften Fahrrädern genau 30 Mountainbikes befinden.

b Beschreiben Sie im Sachzusammenhang ein Zufallsexperiment, bei dem die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses mit dem Term $1 - 0,6^{10} - 10 \cdot 0,4 \cdot 0,6^9$ berechnet werden kann. Geben Sie dieses Ereignis an.

c Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass in einer zufälligen Auswahl von 250 verkauften Fahrrädern die Anzahl der Mountainbikes um mindestens 10 % größer ist als der Erwartungswert für diese Anzahl.

d 20 % aller verkauften Fahrräder haben einen Rahmen aus Aluminium. 45 % aller verkauften Fahrräder sind weder Mountainbikes noch haben sie einen Rahmen aus Aluminium. Bestimmen Sie den Anteil der Fahrräder mit einem Rahmen aus Aluminium unter den verkauften Mountainbikes.

e Der Händler hat berechnet, dass er im September des Jahres 2020 mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 96 % mehr als 800 Mountainbikes verkaufen wird. Ermitteln Sie, von welcher Anzahl verkaufter Fahrräder er bei seiner Berechnung

BE

1

3

3

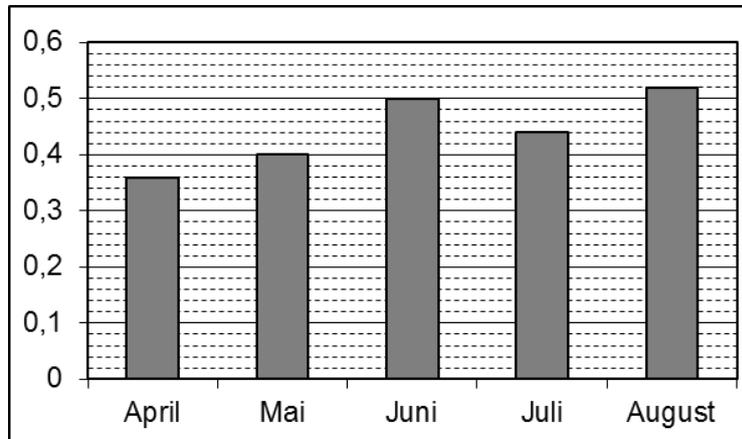
4

4

¹ verwendete Abkürzungen: AG/LA (A1) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A1),
AG/LA (A2) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A2)

mindestens ausgegangen ist.

Die Abbildung zeigt für einige Monate des Jahres 2019 jeweils den Anteil der Mountainbikes unter allen verkauften Fahrrädern.



- f** Im April wurden 810 Mountainbikes verkauft. Bestimmen Sie für diesen Monat die Anzahl aller verkauften Fahrräder. 2
- g** Der Anteil der Mountainbikes lag im Mai und Juni insgesamt bei 46 %; im Juli war er größer als im Mai und im August größer als im Juni. Entscheiden Sie, ob es dennoch möglich ist, dass der Anteil der Mountainbikes im Juli und August insgesamt kleiner war als insgesamt im Mai und Juni. Begründen Sie Ihre Entscheidung. 3
- 2** Zucker wird in unterschiedlich großen Packungen angeboten. Es soll davon ausgegangen werden, dass für jede Packungsgröße die tatsächliche Masse des Zuckers durch eine normalverteilte Zufallsgröße beschrieben werden kann.
- a** Für eine bestimmte Packungsgröße ist $\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{200\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-500)^2}{200}}$ der Term der zugehörigen Dichtefunktion, wobei x die Masse des Zuckers in Gramm ist. Geben Sie den Erwartungswert und die Standardabweichung für die Masse jeweils in Gramm an. 2
- b** Bei einer anderen Packungsgröße beträgt der Erwartungswert für die Masse des Zuckers 250 g, die Standardabweichung 5 g. Bestimmen Sie – auf 1 g genau – das kleinste Intervall, das mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 98 % die tatsächliche Masse des Zuckers enthält und symmetrisch bezüglich des Erwartungswerts ist. 3

2 Erwartungshorizont

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe eine mögliche Lösung dar. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

		BE																
1	a $P_{0,4}^{100}(30) \approx 1,0\%$	1																
	b Zufallsexperiment: Zehn verkaufte Fahrräder werden zufällig ausgewählt. Ereignis: „Mindestens zwei der Fahrräder sind Mountainbikes.“	3																
	c Y: Anzahl der Mountainbikes $0,4 \cdot 250 = 100$ $P_{0,4}^{250}(Y \geq 110) \approx 11,0\%$	3																
	d M: Ein zufällig ausgewähltes verkauftes Fahrrad ist ein Mountainbike. A: Ein zufällig ausgewähltes verkauftes Fahrrad hat einen Rahmen aus Aluminium. <table border="1" style="margin: 10px auto;"> <thead> <tr> <th></th> <th>M</th> <th>\bar{M}</th> <th></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <th>A</th> <td>5 %</td> <td></td> <td>20 %</td> </tr> <tr> <th>\bar{A}</th> <td>35 %</td> <td>45 %</td> <td>80 %</td> </tr> <tr> <td></td> <td>40 %</td> <td></td> <td>100 %</td> </tr> </tbody> </table> Der gesuchte Anteil ist $\frac{5\%}{40\%} = 12,5\%$.		M	\bar{M}		A	5 %		20 %	\bar{A}	35 %	45 %	80 %		40 %		100 %	4
	M	\bar{M}																
A	5 %		20 %															
\bar{A}	35 %	45 %	80 %															
	40 %		100 %															
	e $P_{0,4}^{2099}(Y > 800) \approx 95,95\%$ $P_{0,4}^{2100}(Y > 800) \approx 96,10\%$ Der Händler ist von mindestens 2100 verkauften Fahrrädern ausgegangen.	4																
	f $\frac{810}{0,36} = 2250$	2																
	g Es ist möglich. Wurden beispielsweise im Juli 10 000 Fahrräder verkauft und im August 1000, so ergibt sich für diese beiden Monate insgesamt für den Anteil der verkauften Mountainbikes $\frac{0,44 \cdot 10000 + 0,52 \cdot 1000}{11000} < 0,46$.	3																
2	a Erwartungswert: 500 g Standardabweichung: 10 g	2																
	b X: Masse des Zuckers in Gramm $P(239 \leq X \leq 261) \approx 97,2\%$ und $P(238 \leq X \leq 262) \approx 98,4\%$ liefern $[238; 262]$.	3																
		25																

3 Standardbezug

Teilaufgabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen						Anforderungsbereich		
		K1	K2	K3	K4	K5	K6	I	II	III
1 a	1			I		I		X		
b	3	II		II	II		II		X	
c	3		II	II		I			X	
d	4		II			I	I		X	
e	4		III	II		II	II			X
f	2				I	I		X		
g	3	III	III		I	I	II			X
2 a	2				I	I		X		
b	3		II	II		II	II		X	

4 Bewertungshinweise

Die Bewertung der erbrachten Prüfungsleistungen hat sich für jede Teilaufgabe nach der am rechten Rand der Aufgabenstellung angegebenen Anzahl maximal erreichbarer Bewertungseinheiten (BE) zu richten.

Für die Bewertung der Gesamtleistung eines Prüflings ist ein Bewertungsraster² vorgesehen, das angibt, wie die in den Prüfungsteilen A und B insgesamt erreichten Bewertungseinheiten in Notenpunkte umgesetzt werden.

² Das Bewertungsraster ist Teil des Dokuments „Beschreibung der Struktur“, das auf den Internetseiten des IQB zum Download bereitsteht.