

Gemeinsame Abituraufgabenpools der Länder

# Pool für das Jahr 2019

## Aufgaben für das Fach Mathematik

### Kurzbeschreibung

Anforderungsniveau	Prüfungsteil	Sachgebiet <sup>1</sup>	digitales Hilfsmittel
grundlegend	B	Stochastik	WTR

### 1 Aufgabe

**1** Eine Befragung unter 2360 Männern und 2200 Frauen, die in den vorhergegangenen 12 Monaten zumindest einmal an einem Glücksspiel teilgenommen hatten, ergab bei 2,5 % der befragten Männer und bei 0,5 % der befragten Frauen Anzeichen spielsüchtigen Verhaltens. Unter den Befragten wird eine Person zufällig ausgewählt.

Betrachtet werden folgende Ereignisse:

M: „Die ausgewählte Person ist ein Mann.“

S: „Bei der ausgewählten Person ergaben sich Anzeichen spielsüchtigen Verhaltens.“

- |  |  |
|--|--|
| <p><b>a</b> Stellen Sie den beschriebenen Sachzusammenhang in einer vollständig ausgefüllten Vierfeldertafel dar.</p> <p><b>b</b> Die Terme <math>P_M(S)</math> und <math>P(M \cap S)</math> stellen Wahrscheinlichkeiten dar. Beschreiben Sie für jeden der beiden Terme die Bedeutung im Sachzusammenhang.</p> <p><b>c</b> Von den befragten Personen, bei denen sich Anzeichen spielsüchtigen Verhaltens ergaben, wird eine zufällig ausgewählt. Geben Sie die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass die ausgewählte Person eine Frau ist.</p> <p><b>d</b> Von den befragten Männern sollen für eine weiterführende Studie 200 zufällig ausgewählt werden. Es soll davon ausgegangen werden, dass dabei die Anzahl der ausgewählten Männer, bei denen die Befragung Anzeichen spielsüchtigen Verhaltens ergab, durch eine binomialverteilte Zufallsgröße <math>X</math> mit einer Trefferwahrscheinlichkeit von 2,5 % beschrieben werden kann. Bestimmen Sie das kleinste Intervall</p> | <p><b>BE</b></p> <p>3</p> <p>2</p> <p>2</p> <p>5</p> |
|--|--|

<sup>1</sup> verwendete Abkürzungen: AG/LA (A1) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A1),  
AG/LA (A2) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A2)

mit den beiden folgenden Eigenschaften:

- ◆ Das Intervall ist bezüglich des Erwartungswerts von  $X$  symmetrisch.
- ◆ Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der Wert von  $X$  im Intervall liegt, ist größer als 90 %.

**2** In einer Urne befinden sich fünf Kugeln, die jeweils mit einer natürlichen Zahl beschriftet sind. Drei Kugeln tragen die Zahl 4, die anderen beiden die von 4 verschiedene Zahl  $x$ .

- a** Beschreiben Sie im Sachzusammenhang ein Zufallsexperiment, bei dem die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses mit dem Term  $1 - 0,6^3$  berechnet werden kann. Geben Sie dieses Ereignis an. 2

Werden der Urne zwei Kugeln gleichzeitig zufällig entnommen, so ist der Erwartungswert für die Summe der beiden Zahlen auf den entnommenen Kugeln 12.

- b** Begründen Sie ohne Berechnung von Wahrscheinlichkeiten, dass  $x$  größer als 5 ist. 2
- c** Berechnen Sie die Zahl  $x$ . 4

20

## 2 Erwartungshorizont

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe eine mögliche Lösung dar. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

				BE	
<b>1 a</b>		S	$\bar{S}$	3	
	M	59	2301		2360
	$\bar{M}$	11	2189		2200
		70	4490		4560
<b>b</b>	$P_M(S)$ ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass sich bei der ausgewählten Person Anzeichen spielsüchtigen Verhaltens ergaben, wenn bekannt ist, dass die Person männlich ist. $P(M \cap S)$ ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die ausgewählte Person männlich ist und die Befragung bei dieser Person Anzeichen spielsüchtigen Verhaltens ergab.			2	
<b>c</b>	$\frac{11}{70}$			2	
<b>d</b>	Erwartungswert: $200 \cdot 0,025 = 5$ $P_{0,025}^{200}(2 \leq X \leq 8) \approx 0,896 < 0,9$ $P_{0,025}^{200}(1 \leq X \leq 9) \approx 0,964 > 0,9$ Das gesuchte Intervall ist $[1;9]$ .			5	

<b>2</b>	<b>a</b>	Zufallsexperiment: Aus der Urne wird dreimal nacheinander jeweils eine Kugel zufällig entnommen und wieder zurückgelegt. Ereignis: „Nicht alle der drei entnommenen Kugeln tragen die Zahl 4.“	2
	<b>b</b>	Würde $x \leq 5$ gelten, so wäre die Summe der Zahlen auf zwei entnommenen Kugeln maximal 10. Damit könnte der beschriebene Erwartungswert nicht 12 sein.	2
	<b>c</b>	$\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} \cdot 8 + 2 \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} \cdot (4 + x) + \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} \cdot 2x = 12 \Leftrightarrow \frac{24}{5} + \frac{4}{5}x = 12 \Leftrightarrow x = 9$	4
			20

### 3 Standardbezug

Teilaufgabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen						Anforderungsbereich		
		K1	K2	K3	K4	K5	K6	I	II	III
1 a	3			I	I		I	X		
b	2			I	I		I	X		
c	2			II		I			X	
d	5		II	II		II			X	
2 a	2	II	II	II					X	
b	2	I	I	I				X		
c	4		III	III		II				X

### 4 Bewertungshinweise

Die Bewertung der erbrachten Prüfungsleistungen hat sich für jede Teilaufgabe nach der am rechten Rand der Aufgabenstellung angegebenen Anzahl maximal erreichbarer Bewertungseinheiten (BE) zu richten.

Für die Bewertung der Gesamtleistung eines Prüflings ist ein Bewertungsraster<sup>2</sup> vorgesehen, das angibt, wie die in den Prüfungsteilen A und B insgesamt erreichten Bewertungseinheiten in Notenpunkte umgesetzt werden.

<sup>2</sup> Das Bewertungsraster ist Teil des Dokuments „Beschreibung der Struktur“, das auf den Internetseiten des IQB zum Download bereitsteht.