

Gemeinsame Abituraufgabenpools der Länder

## Pool für das Jahr 2019

Aufgaben für das Fach Mathematik

### Kurzbeschreibung

Anforderungsniveau	Prüfungsteil	Sachgebiet <sup>1</sup>	digitales Hilfsmittel
grundlegend	B	Stochastik	CAS

### 1 Aufgabe

In einem Land, in dem 80 % der Erwachsenen einen Führerschein besitzen, werden 200 Erwachsene zufällig ausgewählt. Es soll angenommen werden, dass dabei die Anzahl der ausgewählten Erwachsenen, die einen Führerschein besitzen, binomialverteilt ist.

- |  |   |
|--|---|
| <b>a</b> Begründen Sie, dass die beschriebene Annahme gerechtfertigt ist.  | 2 |
| <b>b</b> Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Anzahl der ausgewählten Erwachsenen, die einen Führerschein besitzen, vom Erwartungswert für diese Anzahl um höchstens 5 % abweicht.           | 4 |
| <b>c</b> Ermitteln Sie, wie groß die Anzahl der ausgewählten Erwachsenen mindestens sein müsste, damit von diesen mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 90 % mehr als 160 einen Führerschein besitzen. | 4 |

In einer bestimmten Region des betrachteten Lands werden alle Fahrprüfungen eines Jahres auf einen möglichen Zusammenhang zwischen dem Alter eines Prüflings und dem Bestehen der Prüfung hin untersucht. Von insgesamt 13879 Prüflingen waren 2482 zum Zeitpunkt der Prüfung mindestens 30 Jahre alt. Insgesamt haben 11104 Prüflinge die Prüfung bestanden; davon waren 8870 zum Zeitpunkt der Prüfung jünger als 30 Jahre.

Ein Prüfling wird zufällig ausgewählt. Betrachtet werden die folgenden Ereignisse:

A: „Der Prüfling war zum Zeitpunkt der Prüfung mindestens 30 Jahre alt.“

B: „Der Prüfling hat die Prüfung bestanden.“

BE

<sup>1</sup> verwendete Abkürzungen: AG/LA (A1) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A1),  
AG/LA (A2) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A2)

<b>d</b> Bestimmen Sie die Anzahl der Prüflinge, die zum Zeitpunkt der Prüfung jünger als 30 Jahre waren und die Prüfung nicht bestanden haben.	2
<b>e</b> Untersuchen Sie, ob die Wahrscheinlichkeiten $P_A(B)$ und $P(B)$ übereinstimmen. Geben Sie an, ob die Ereignisse A und B stochastisch unabhängig sind, und interpretieren Sie Ihre Angabe im Sachzusammenhang.	5
<b>f</b> Besteht ein Prüfling die Prüfung bei der ersten Teilnahme nicht, nimmt er ein zweites Mal teil. Der Anteil der Prüflinge, die die Prüfung schon bei der ersten Teilnahme bestanden haben, ist $q$ . Unter denjenigen, die zum zweiten Mal an der Prüfung teilnehmen, ist der Anteil der Prüflinge, die die Prüfung bestanden haben, nur halb so groß. Der Anteil der Prüflinge, die die Prüfung spätestens bei der zweiten Teilnahme bestanden haben, beträgt 90 %. Berechnen Sie den Wert von $q$ .	3
	20

## 2 Erwartungshorizont

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe eine mögliche Lösung dar. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

	BE
<b>a</b> Die Anzahl aller Erwachsenen ist im Vergleich zur Anzahl der ausgewählten Personen sehr groß. Deshalb sind für die 200 Erwachsenen die Wahrscheinlichkeiten dafür, dass die jeweilige Person einen Führerschein besitzt, nahezu gleich groß.	2
<b>b</b> $X$ : Anzahl der ausgewählten Erwachsenen, die einen Führerschein besitzen $200 \cdot 0,8 = 160$ , $5\% \cdot 160 = 8$ $P_{0,8}^{200}(152 \leq X \leq 168) \approx 86,8\%$	4
<b>c</b> $P_{0,8}^{209}(X > 160) \approx 87,57\%$ , $P_{0,8}^{210}(X > 160) \approx 90,04\%$ Es müssten mindestens 210 Erwachsene ausgewählt werden.	4
<b>d</b> $13879 - 2482 - 8870 = 2527$	2
<b>e</b> $P_A(B) = \frac{11104-8870}{2482} \approx 90,0\%$ , $P(B) = \frac{11104}{13879} \approx 80,0\%$ Die Ereignisse A und B sind nicht stochastisch unabhängig, d. h. der Anteil derjenigen, die die Prüfung bestehen, ist in den beiden betrachteten Altersgruppen unterschiedlich groß.	5
<b>f</b> $q + (1-q) \cdot \frac{q}{2} = 0,9$ mit $q \leq 1$ liefert $q \approx 82,9\%$ .	3
	20

### 3 Standardbezug

Teilaufgabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen						Anforderungsbereich		
		K1	K2	K3	K4	K5	K6	I	II	III
a	2	II		II			I		X	
b	4		I	I		I		X		
c	4	II	III			II				X
d	2					I	I	X		
e	5			II		I	II		X	
f	3		II			II	II		X	

### 4 Bewertungshinweise

Die Bewertung der erbrachten Prüfungsleistungen hat sich für jede Teilaufgabe nach der am rechten Rand der Aufgabenstellung angegebenen Anzahl maximal erreichbarer Bewertungseinheiten (BE) zu richten.

Für die Bewertung der Gesamtleistung eines Prüflings ist ein Bewertungsraster<sup>2</sup> vorgesehen, das angibt, wie die in den Prüfungsteilen A und B insgesamt erreichten Bewertungseinheiten in Notenpunkte umgesetzt werden.

<sup>2</sup> Das Bewertungsraster ist Teil des Dokuments „Beschreibung der Struktur“, das auf den Internetseiten des IQB zum Download bereitsteht.