

Gemeinsame Abituraufgabenpools der Länder

Pool für das Jahr 2019

Aufgaben für das Fach Mathematik

Kurzbeschreibung

Anforderungsniveau	Prüfungsteil	Sachgebiet ¹	digitales Hilfsmittel
grundlegend	B	AG/LA (A2)	CAS

1 Aufgabe

Ein Logistikunternehmen testet auf einer Strecke zwischen Festland und einer Insel die Paketzustellung mithilfe eines Flugkörpers, einer sogenannten Drohne. In einem kartesischen Koordinatensystem wird das horizontale Gelände, über dem sich die Drohne bewegt, modellhaft durch die x_1x_2 -Ebene dargestellt, die Lage des Startplatzes durch den Punkt $S(7320 | -1750 | 0)$ und die Lage des regulären Landeplatzes durch den Punkt $L(-990 | 6990 | 0)$. Eine Längeneinheit im Koordinatensystem entspricht einem Meter in der Realität.

Die Drohne soll über dem Startplatz zunächst vertikal aufsteigen, bis sie eine Höhe von 50 m erreicht hat, und anschließend geradlinig in konstanter Höhe und mit konstanter Geschwindigkeit in die Richtung des Landeplatzes fliegen.

a Begründen Sie, dass die vorgesehene horizontale Flugbahn der Drohne im Modell

$$\text{entlang der Gerade } g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 7320 \\ -1750 \\ 50 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -8310 \\ 8740 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ mit } r \in \mathbb{R} \text{ verläuft.}$$

100 Sekunden nachdem die Drohne die Höhe von 50 m erreicht hat, wird ihre Position durch den Punkt $P(6489 | -876 | 50)$ dargestellt.

b Bestimmen Sie die Koordinaten des Punkts, der die Position der Drohne nach weiteren 200 Sekunden Flugzeit auf der vorgesehenen Flugbahn darstellt.

c Bestimmen Sie die Geschwindigkeit der Drohne während des horizontalen Flugs.

BE

2

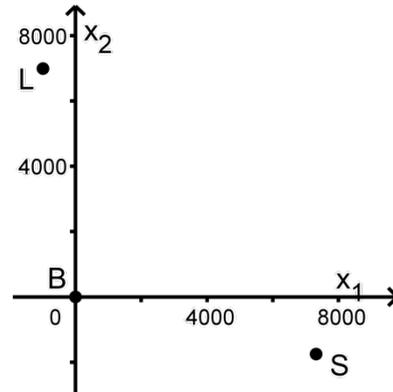
2

2

¹ verwendete Abkürzungen: AG/LA (A1) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A1),
AG/LA (A2) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A2)

Die Drohne soll ihren Weg zum Landeplatz selbstständig zurücklegen können. Während der Testphase wird ihr Flug jedoch von einer Bodenstation aus überwacht und die Flugbahn bei Bedarf korrigiert. Die Position der Bodenstation wird durch den Punkt $B(0|0|0)$ dargestellt, ihre Reichweite beträgt 6000 m.

- d** Untersuchen Sie, ob sich die Drohne in der durch den Punkt P dargestellten Position innerhalb oder außerhalb der Reichweite der Bodenstation befindet. 2
- e** Bewegt sich die Drohne auf der vorgesehenen Flugbahn, so befindet sie sich von einem bestimmten Zeitpunkt an innerhalb der Reichweite der Bodenstation. Ermitteln Sie die Position, in der sich die Drohne zu diesem Zeitpunkt befindet. 4
- f** In einer Position auf der vorgesehenen Flugbahn hat die Drohne die geringste Entfernung zur Bodenstation; diese Position wird durch den Punkt R beschrieben. Beschreiben Sie ein Verfahren, mit dem unter Verwendung der Abbildung die Koordinaten von R ermittelt werden könnten. 2



Einer Korrektur der Bodenstation folgend weicht die Drohne im Modell im Punkt $Q(3996|1746|50)$ von der vorgesehenen Flugbahn ab und bewegt sich mit einer Geschwindigkeit von $5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ geradlinig auf einen Ausweichlandeplatz zu, der durch den Punkt $A(4050|1810|0)$ dargestellt wird.

- g** Bestimmen Sie die Größe des Neigungswinkels der Flugbahn gegenüber dem Gelände beim Anflug auf den Ausweichlandeplatz. 3
- h** Berechnen Sie, um wie viele Meter sich die Flughöhe pro Sekunde verringert. 3

20

2 Erwartungshorizont

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe eine mögliche Lösung dar. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

	BE
<p>a Der Punkt $(7320 -1750 50)$ stellt die Position der Drohne 50 m vertikal über dem Startplatz dar.</p> $\vec{SL} = \begin{pmatrix} -8310 \\ 8740 \\ 0 \end{pmatrix}$	2

b	$\begin{pmatrix} 7320 \\ -1750 \\ 50 \end{pmatrix} + 0,3 \cdot \begin{pmatrix} -8310 \\ 8740 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4827 \\ 872 \\ 50 \end{pmatrix}, \text{ d. h. der Punkt hat die Koordinaten } (4827 872 50).$	2
c	$\frac{1}{100} \cdot \begin{pmatrix} 6489 \\ -876 \\ 50 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 7320 \\ -1750 \\ 50 \end{pmatrix} \approx 12, \text{ d. h. die Geschwindigkeit beträgt etwa } 12 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$	2
d	$ \overline{PB} > 6000$, d. h. die Drohne befindet sich außerhalb der Reichweite der Bodenstation.	2
e	$\begin{pmatrix} 7320 \\ -1750 \\ 50 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -8310 \\ 8740 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = 6000$ liefert $r_1 \approx 0,1601$ und $r_2 \approx 0,8867$. Damit wird die gesuchte Position näherungsweise durch den Punkt $(5990 -351 50)$ dargestellt.	4
f	Der Fußpunkt des Lots von B auf \overline{SL} liefert die x_1 - und x_2 -Koordinate von R, die x_3 -Koordinate ist 50.	2
g	Mit $\vec{n} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ liefert $\sin \varphi = \frac{ \overline{QA} \circ \vec{n} }{ \overline{QA} \cdot \vec{n} } : \varphi \approx -31^\circ$ Die Größe des Neigungswinkels beträgt etwa 31° .	3
h	$\frac{50}{ \overline{QA} } \cdot 5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 2,6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, d. h. die Flughöhe verringert sich pro Sekunde um etwa 2,6 Meter.	3
		20

3 Standardbezug

Teilaufgabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen						Anforderungsbereich		
		K1	K2	K3	K4	K5	K6	I	II	III
a	2	I		I			I	X		
b	2		I	I		I		X		
c	2		II	II		I			X	
d	2			I		I	I	X		
e	4		II	II		II			X	
f	2	III			II		III			X
g	3			I		II	I		X	
h	3		III	III		II				X

4 Bewertungshinweise

Die Bewertung der erbrachten Prüfungsleistungen hat sich für jede Teilaufgabe nach der am rechten Rand der Aufgabenstellung angegebenen Anzahl maximal erreichbarer Bewertungseinheiten (BE) zu richten.

Für die Bewertung der Gesamtleistung eines Prüflings ist ein Bewertungsraster² vorgesehen, das angibt, wie die in den Prüfungsteilen A und B insgesamt erreichten Bewertungseinheiten in Notenpunkte umgesetzt werden.

² Das Bewertungsraster ist Teil des Dokuments „Beschreibung der Struktur“, das auf den Internetseiten des IQB zum Download bereitsteht.