

Gemeinsame Abituraufgabenpools der Länder

Pool für das Jahr 2019

Aufgaben für das Fach Mathematik

Kurzbeschreibung

Anforderungsniveau	Prüfungsteil	Sachgebiet ¹	digitales Hilfsmittel
grundlegend	B	AG/LA (A1)	WTR

1 Aufgabe

Ein Unternehmen vermietet Tretboote. In der Hauptsaison betreibt es dazu an einem See die drei Stationen N, S und W. Ein Boot, das an einer der drei Stationen ausgegeben wurde, kann an einer beliebigen der drei Stationen zurückgegeben werden. Jedes Boot kann an einem Tag mehrfach ausgegeben werden; die Rückgabe erfolgt stets am selben Tag wie die Ausgabe.

Für jeden Tag können die Ausgaben von Booten an den drei Stationen durch einen Vektor \vec{a} beschrieben werden, die Rückgaben durch einen Vektor \vec{r} . Beide Vektoren haben

die Form $\begin{pmatrix} n \\ s \\ w \end{pmatrix}$, wobei n, s und w die Anzahlen der Boote sind, die an den Stationen N, S

bzw. W am betrachteten Tag insgesamt ausgegeben bzw. zurückgegeben wurden. Der Zusammenhang zwischen den Vektoren lässt sich modellhaft durch die Gleichung

$$\vec{r} = M \cdot \vec{a} \text{ mit } M = \begin{pmatrix} 0,6 & 0,1 & 0,2 \\ 0,1 & 0,75 & 0,05 \\ 0,3 & 0,15 & 0,75 \end{pmatrix} \text{ darstellen.}$$

a Interpretieren Sie im Sachzusammenhang den Eintrag 0,05 von M sowie die Tatsache, dass die Summe der Einträge in jeder der drei Spalten von M den Wert 1 hat.

b Stellen Sie den durch die angegebene Gleichung dargestellten Zusammenhang in einem Übergangdiagramm dar.

BE

3

3

¹ verwendete Abkürzungen: AG/LA (A1) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A1),
AG/LA (A2) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A2)

<p>c Beurteilen Sie die folgende Aussage:</p> <p style="text-align: center;"><i>Wenn an einem Tag an allen drei Stationen gleich viele Boote ausgegeben werden, dann ist an der Station W die Anzahl der Rückgaben 20 % höher als die Anzahl der Ausgaben.</i></p>	3
<p>d An einem Dienstag wurde an der Station N 40-mal ein Boot ausgegeben und 40-mal eines zurückgegeben. An der Station S wurde 37-mal ein Boot zurückgegeben, an der Station W 63-mal. Ermitteln Sie, wie viele Boote an der Station S ausgegeben wurden.</p>	4
<p>e Für einen Samstag werden die Ausgaben von Booten an den drei Stationen durch $\begin{pmatrix} a \\ b \\ a+b \end{pmatrix}$ beschrieben, die Rückgaben durch $\begin{pmatrix} a+2 \\ b \\ c \end{pmatrix}$. Zeigen Sie, dass $c = a + b - 2$ gilt. Interpretieren Sie diese Gleichung im Sachzusammenhang.</p>	3
<p>f In der Nebensaison werden nur die Stationen N und S betrieben, Boote werden also nur dort ausgegeben und können auch nur dort zurückgegeben werden. An einem Mittwoch wurde an der Station N 15-mal ein Boot ausgegeben und 8-mal eines zurückgegeben, an der Station S wurde 10-mal ein Boot ausgegeben und 17-mal eines zurückgegeben. Der Zusammenhang zwischen den Ausgaben und Rückgaben von Booten in der Nebensaison kann modellhaft mithilfe einer Matrix dargestellt werden. Ermitteln Sie eine Matrix, die dafür infrage kommt.</p>	4
20	

2 Erwartungshorizont

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe eine mögliche Lösung dar. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

	BE
<p>a ♦ 0,05 ist der Anteil der an der Station W ausgegebenen Boote, die an der Station S zurückgegeben werden. ♦ Alle Boote, die an einer der drei Stationen ausgegeben werden, werden zurückgegeben.</p>	3
<p>b</p>	3
<p>c Die Aussage ist richtig. Begründung: $0,3w + 0,15w + 0,75w = w + 0,2w$</p>	3

<p>d $\begin{pmatrix} 0,6 & 0,1 & 0,2 \\ 0,1 & 0,75 & 0,05 \\ 0,3 & 0,15 & 0,75 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 40 \\ s \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 40 \\ 37 \\ 63 \end{pmatrix}$ liefert das folgende Gleichungssystem:</p> <p>I $24 + 0,1s + 0,2w = 40$ II $4 + 0,75s + 0,05w = 37$ III $12 + 0,15s + 0,75w = 63$</p> <p>Aus II ergibt sich $16 + 3s + 0,2w = 148$. Mit I folgt $8 - 2,9s = -108 \Leftrightarrow s = 40$.</p>	4
<p>e $a + b + a + b = a + 2 + b + c \Leftrightarrow c = a + b - 2$</p> <p>An der Station W wurden zwei Boote weniger zurückgegeben, als dort ausgegeben wurden.</p>	3
<p>f $\begin{pmatrix} p & 1-q \\ 1-p & q \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 15 \\ 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 17 \end{pmatrix}$ liefert das Gleichungssystem:</p> <p>I $15p + 10 \cdot (1-q) = 8$ II $15 \cdot (1-p) + 10q = 17$</p> <p>Aus I ergibt sich $10q = 15p + 2$. Damit liefert II: $15 - 15p + 15p + 2 = 17 \Leftrightarrow 17 = 17$</p> <p>Für die Darstellung des Zusammenhangs zwischen den Ausgaben und Rückgaben von Booten kommt beispielsweise die angegebene Matrix mit $p = 0$ und $q = 0,2$ infrage.</p>	4
	20

3 Standardbezug

Teilaufgabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen						Anforderungsbereich		
		K1	K2	K3	K4	K5	K6	I	II	III
a	3			I	I		I	X		
b	3			I	I			X		
c	3		II				II		X	
d	4		II	II			II		X	
e	3		I	II			I		X	
f	4			III	III		II			X

4 Bewertungshinweise

Die Bewertung der erbrachten Prüfungsleistungen hat sich für jede Teilaufgabe nach der am rechten Rand der Aufgabenstellung angegebenen Anzahl maximal erreichbarer Bewertungseinheiten (BE) zu richten.

Für die Bewertung der Gesamtleistung eines Prüflings ist ein Bewertungsraster² vorgesehen, das angibt, wie die in den Prüfungsteilen A und B insgesamt erreichten Bewertungseinheiten in Notenpunkte umgesetzt werden.

² Das Bewertungsraster ist Teil des Dokuments „Beschreibung der Struktur“, das auf den Internetseiten des IQB zum Download bereitsteht.