Gemeinsame Abituraufgabenpools der Länder

Pool für das Jahr 2019

Aufgaben für das Fach Mathematik

Kurzbeschreibung

Anforderungsniveau	Prüfungsteil	Sachgebiet[1]	digitales Hilfsmittel
erhöht	B	Stochastik	WTR

1 Aufgabe

	BE
1 Für ein Schwimmbad besitzen 2000 Personen eine Jahreskarte. Für einen bestimmten Tag beschreibt die Zufallsgröße X die Anzahl der Jahreskartenbesitzer, die das Schwimmbad besuchen. Vereinfachend soll davon ausgegangen werden, dass X binomialverteilt ist. Dabei beträgt die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein zufällig ausgewählter Jahreskartenbesitzer an diesem Tag das Schwimmbad besucht, 10 %.	
a Es gilt $P(X=210)\approx 2{,}2\,\%$. Interpretieren Sie diese Aussage im Sachzusammenhang.	2
b Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass mehr als 210 Jahreskartenbesitzer das Schwimmbad besuchen.	2
c Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der Wert von X höchstens um eine halbe Standardabweichung vom Erwartungswert der Zufallsgröße abweicht.	5
d Bestimmen Sie die größte natürliche Zahl k, für die die Wahrscheinlichkeit dafür, dass weniger als k Jahreskartenbesitzer das Schwimmbad besuchen, kleiner als 10 % ist.	3

[1] verwendete Abkürzungen: AG/LA (A1) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A1), AG/LA (A2) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A2)

e Beschreiben Sie im Sachzusammenhang ein Zufallsexperiment, das durch das abgebildete Baumdiagramm dargestellt wird. Geben Sie ein Ereignis an, dessen Wahrscheinlichkeit $1-(r+s)$ beträgt. 2

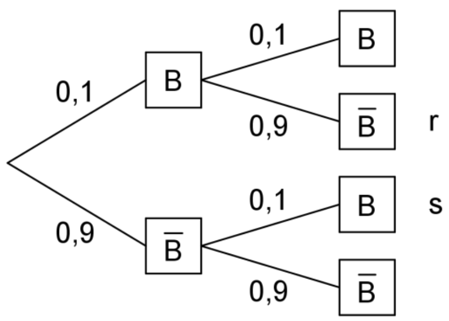


Abb. 1

2 An einem bestimmten Tag ist das Schwimmbad zwischen 07:00 Uhr und 21:00 Uhr geöffnet. Es soll davon ausgegangen werden, dass der Zeitpunkt, zu dem ein zufällig ausgewählter Badegast das Schwimmbad betritt, mithilfe einer normalverteilten Zufallsgröße mit dem Erwartungswert 14,5 und der Standardabweichung 2 beschrieben werden kann. Die zugehörige Dichtefunktion ist in der Abbildung 2 dargestellt; dabei ist t die seit 00:00 Uhr vergangene Zeit in Stunden.

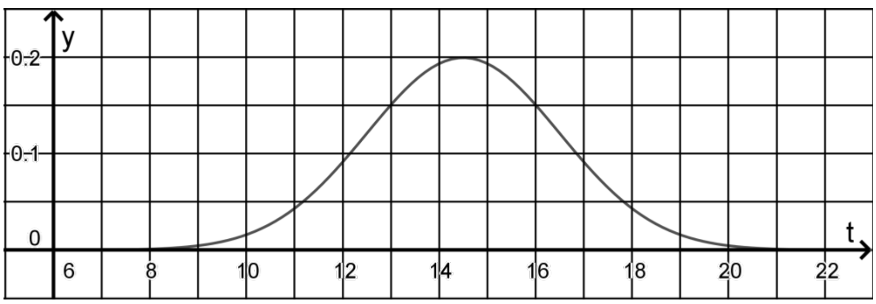


Abb. 2

a Geben Sie den Zeitraum mit einer Länge von einer Stunde an, für den mit der größten Anzahl eintreffender Badegäste zu rechnen ist. 1

b Ermitteln Sie grafisch, ob die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein zufällig ausgewählter Badegast das Schwimmbad zwischen 12:00 Uhr und 16:00 Uhr betritt, größer als 50 % ist. Erläutern Sie Ihr Vorgehen. 4

c Am betrachteten Tag wird das Schwimmbad von 2500 Badegästen besucht. Ermitteln Sie rechnerisch, zu welchem Zeitpunkt mit dem Eintreffen des eintausendfünfhundertsten Badegasts zu rechnen ist. 3

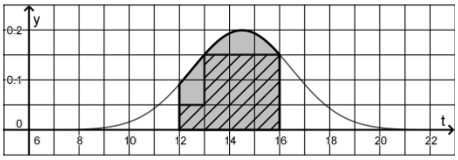
d Beurteilen Sie mithilfe einer Rechnung die folgende Argumentation: 3

> *Das Schwimmbad ist nur zwischen 07:00 Uhr und 21:00 Uhr geöffnet. Deshalb ist es nicht sinnvoll, das Eintreffen der Badegäste mithilfe einer normalverteilten Zufallsgröße zu beschreiben.*

25

2 Erwartungshorizont

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe eine mögliche Lösung dar. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

			BE
1	**a**	Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass 210 Jahreskartenbesitzer das Schwimmbad besuchen, beträgt etwa 2,2 %.	2
	b	$P(X > 210) \approx 21{,}6\,\%$	2
	c	$2000 \cdot 0{,}1 = 200$, $\frac{1}{2}\sqrt{2000 \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}9} \approx 6{,}7$ $P(194 \leq X \leq 206) \approx 37{,}2\,\%$	5
	d	$P(X < 183) \approx 0{,}09$, $P(X < 184) \approx 0{,}11$ Damit: $k = 183$	3
	e	Zufallsexperiment: Zwei Jahreskartenbesitzer werden zufällig ausgewählt. Ereignis: „Am betrachteten Tag wird das Schwimmbad entweder von beiden ausgewählten Personen besucht oder von keiner der beiden.“	2
2	**a**	Zeitraum: 14:00 Uhr bis 15:00 Uhr	1
	b	 Der Inhalt der grau markierten Fläche entspricht der Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein zufällig ausgewählter Badegast das Schwimmbad zwischen 12:00 Uhr und 16:00 Uhr betritt. Dieser Inhalt ist größer als der Inhalt der schraffierten Fläche, der $10 \cdot 1 \cdot 0{,}05 = 0{,}5$ beträgt.	4
	c	$P(7 \leq Y \leq k) = \frac{1500}{2500}$ liefert $k \approx 15$, d. h. mit dem Eintreffen des eintausendfünfhundertsten Badegasts ist etwa um 15:00 Uhr zu rechnen.	3
	d	Die Argumentation wird dem Sachzusammenhang nicht gerecht. Begründung: Bezeichnet man die Zufallsgröße mit Y, so gilt $1 - P(7 \leq Y \leq 21) \approx 0{,}1\%$. Dem Betreten des Bads außerhalb der Öffnungszeiten wird durch die Zufallsgröße also eine vernachlässigbar kleine Wahrscheinlichkeit zugeordnet.	3
			25

3 Standardbezug

Teilaufgabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen						Anforderungsbereich		
		K1	K2	K3	K4	K5	K6	I	II	III
1 a	2			I	I		I	X		
b	2			I		I		X		
c	5		II	I		II			X	
d	3		III	II		II				X
e	2	III		III	II					X
2 a	1			I	I		I	X		
b	4		II		II		II		X	
c	3		III	II		II				X
d	3	II			I	II			X	

4 Bewertungshinweise

Die Bewertung der erbrachten Prüfungsleistungen hat sich für jede Teilaufgabe nach der am rechten Rand der Aufgabenstellung angegebenen Anzahl maximal erreichbarer Bewertungseinheiten (BE) zu richten.

Für die Bewertung der Gesamtleistung eines Prüflings ist ein Bewertungsraster[2] vorgesehen, das angibt, wie die in den Prüfungsteilen A und B insgesamt erreichten Bewertungseinheiten in Notenpunkte umgesetzt werden.

[2] Das Bewertungsraster ist Teil des Dokuments „Beschreibung der Struktur“, das auf den Internetseiten des IQB zum Download bereitsteht.