Gemeinsame Abituraufgabenpools der Länder

Pool für das Jahr 2019

Aufgabe für das Fach Mathematik

Kurzbeschreibung

Anforderungsniveau	Prüfungsteil	Sachgebiet[1]	Aufgabengruppe
erhöht	A	AG/LA (A1)	2

1 Aufgabe

	BE
Für jede Matrix $M=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ und $a,b,c,d \in \mathbb{R}$ heißt die Matrix $M^T=\begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix}$ transponierte Matrix von M. Eine Matrix M heißt orthogonal, wenn $M^T \cdot M=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ gilt.	
a Zeigen Sie, dass die Matrix $\begin{pmatrix} \frac{3}{5} & -\frac{4}{5} \\ \frac{4}{5} & \frac{3}{5} \end{pmatrix}$ orthogonal ist.	2
b Untersuchen Sie, ob die Matrix $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}^{101}$ orthogonal ist.	3
	5

[1] verwendete Abkürzungen: AG/LA (A1) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A1), AG/LA (A2) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A2)

2 Erwartungshorizont

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe eine mögliche Lösung dar. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

		BE
a	$\begin{pmatrix} \frac{3}{5} & \frac{4}{5} \\ -\frac{4}{5} & \frac{3}{5} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{3}{5} & -\frac{4}{5} \\ \frac{4}{5} & \frac{3}{5} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{3}{5}\cdot\frac{3}{5}+\frac{4}{5}\cdot\frac{4}{5} & \frac{3}{5}\cdot\left(-\frac{4}{5}\right)+\frac{4}{5}\cdot\frac{3}{5} \\ \left(-\frac{4}{5}\right)\cdot\frac{3}{5}+\frac{3}{5}\cdot\frac{4}{5} & \left(-\frac{4}{5}\right)\cdot\left(-\frac{4}{5}\right)+\frac{3}{5}\cdot\frac{3}{5} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	2
b	$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}^{101} = \left(\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\right)^{50} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^{50} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}^{T} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, d. h. $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}^{101}$ ist orthogonal.	3
		5

3 Standardbezug

Teilaufgabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen					
		K1	K2	K3	K4	K5	K6
a	2					I	II
b	3	III	III			II	

4 Bewertungshinweise

Die Bewertung der erbrachten Prüfungsleistungen hat sich für jede Teilaufgabe nach der am rechten Rand der Aufgabenstellung angegebenen Anzahl maximal erreichbarer Bewertungseinheiten (BE) zu richten.

Für die Bewertung der Gesamtleistung eines Prüflings ist ein Bewertungsraster[2] vorgesehen, das angibt, wie die in den Prüfungsteilen A und B insgesamt erreichten Bewertungseinheiten in Notenpunkte umgesetzt werden.

[2] Das Bewertungsraster ist Teil des Dokuments „Beschreibung der Struktur", das auf den Internetseiten des IQB zum Download bereitsteht.