

Gemeinsame Abituraufgabenpools der Länder

## Pool für das Jahr 2019

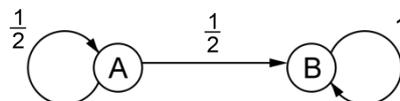
Aufgabe für das Fach Mathematik

### Kurzbeschreibung

Anforderungsniveau	Prüfungsteil	Sachgebiet <sup>1</sup>	Aufgabengruppe
erhöht	A	AG/LA (A1)	1

### 1 Aufgabe

In einem System verteilt sich der Gesamtbestand auf die Zustände A und B. Zum Zeitpunkt  $n$  mit  $n \in \mathbb{N}$  wird die Verteilung auf die Zustände A und B durch den Verteilungsvektor  $\vec{v}_n = \begin{pmatrix} a_n \\ b_n \end{pmatrix}$  beschrieben. Dabei gibt  $a_n$  denjenigen Anteil des Gesamtbestands an, der sich im Zustand A befindet, und  $b_n$  denjenigen Anteil des Gesamtbestands, der sich im Zustand B befindet. Zum Zeitpunkt 0 sind beide Anteile größer als null. Die Abbildung beschreibt die Übergänge zwischen den Zuständen von einem Zeitpunkt zum nächsten.



Die Entwicklung der Verteilung wird durch die Gleichung  $\vec{v}_{n+1} = M \cdot \vec{v}_n$  mit  $M = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{2} & 1 \end{pmatrix}$

beschrieben.

**a** Beschreiben Sie mithilfe der Abbildung, wie sich die Verteilung auf lange Sicht entwickelt.

**b** Bestimmen Sie mithilfe des Terms  $M \cdot \begin{pmatrix} a_n \\ b_n \end{pmatrix}$  den kleinsten Wert von  $n$ , für den der Anteil des Gesamtbestands, der sich im Zustand A befindet, bis zum Zeitpunkt  $n$  auf

BE

2

3

<sup>1</sup> verwendete Abkürzungen: AG/LA (A1) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A1),  
AG/LA (A2) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A2)

weniger als 10 % seines Werts zum Zeitpunkt 0 abnimmt.

5

## 2 Erwartungshorizont

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe eine mögliche Lösung dar. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

	BE
<b>a</b> Der Anteil am Gesamtzustand, der sich im Zustand A befindet, nähert sich 0, während sich der Anteil am Gesamtzustand, der sich im Zustand B befindet, 1 nähert.	2
<b>b</b> $M \cdot \begin{pmatrix} a_n \\ b_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{2} & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_n \\ b_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} a_n \\ \frac{1}{2} a_n + b_n \end{pmatrix}$ $\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8} > \frac{1}{10}, \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16} < \frac{1}{10},$ d. h. der gesuchte Wert von n ist 4.	3
	5

## 3 Standardbezug

Teilaufgabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen					
		K1	K2	K3	K4	K5	K6
a	2	II			II		I
b	3	II	II			I	

## 4 Bewertungshinweise

Die Bewertung der erbrachten Prüfungsleistungen hat sich für jede Teilaufgabe nach der am rechten Rand der Aufgabenstellung angegebenen Anzahl maximal erreichbarer Bewertungseinheiten (BE) zu richten.

Für die Bewertung der Gesamtleistung eines Prüflings ist ein Bewertungsraster<sup>2</sup> vorgesehen, das angibt, wie die in den Prüfungsteilen A und B insgesamt erreichten Bewertungseinheiten in Notenpunkte umgesetzt werden.

<sup>2</sup> Das Bewertungsraster ist Teil des Dokuments „Beschreibung der Struktur“, das auf den Internetseiten des IQB zum Download bereitsteht.