

Gemeinsame Abituraufgabenpools der Länder

Pool für das Jahr 2018

Aufgaben für das Fach Mathematik

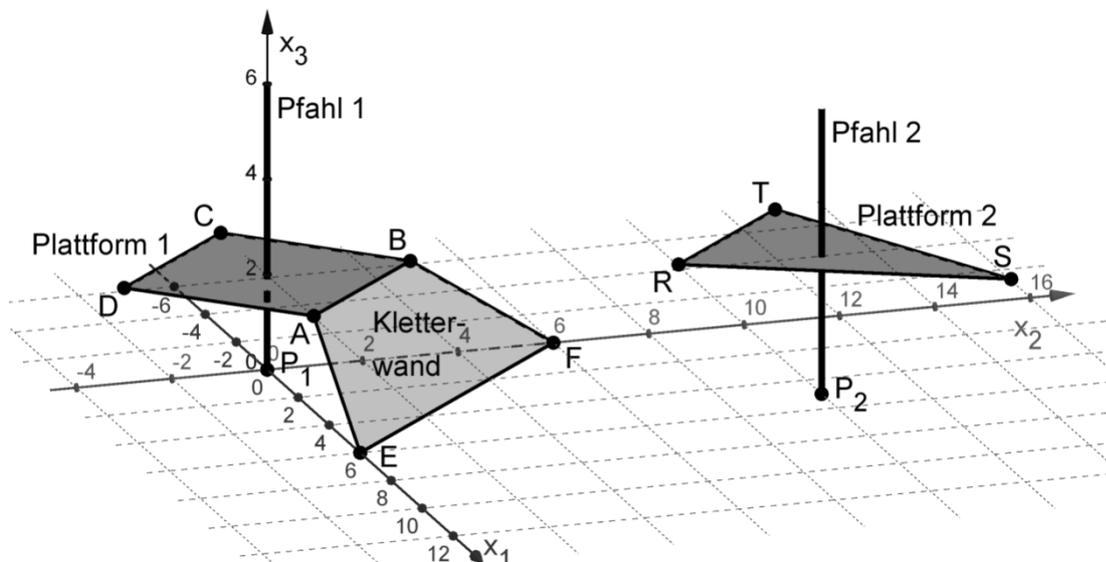
Kurzbeschreibung

Anforderungsniveau	Prüfungsteil	Sachgebiet ¹	digitales Hilfsmittel
grundlegend	B	AG/LA (A2)	WTR

1 Aufgabe

BE

Die Abbildung zeigt modellhaft wesentliche Elemente einer Kletteranlage: zwei horizontale Plattformen, die jeweils um einen vertikal stehenden Pfahl gebaut sind, sowie eine Kletterwand, die an einer der beiden Plattformen angebracht ist.



Im verwendeten kartesischen Koordinatensystem beschreibt die x_1x_2 -Ebene den horizontalen Untergrund; eine Längeneinheit entspricht 1 m in der Wirklichkeit. Die Punkte, in denen die Pfähle aus dem Untergrund austreten, werden durch $P_1(0|0|0)$ und

¹ verwendete Abkürzungen: AG/LA (A1) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A1),
AG/LA (A2) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A2)

$P_2(5|10|0)$ dargestellt. Außerdem sind die Koordinaten der Eckpunkte $A(3|0|2)$, $B(0|3|2)$, $E(6|0|0)$, $F(0|6|0)$, $R(5|7|3)$, $S(8|13|3)$ und $T(2|10|3)$ gegeben. Die Materialstärke aller Bauteile der Anlage soll vernachlässigt werden.

- a** In den Mittelpunkten der oberen und unteren Kante der Kletterwand sind die Enden eines Seils befestigt, das 20 % länger ist als der Abstand der genannten Mittelpunkte. Berechnen Sie die Länge des Seils. 3

Die Punkte A, B, E und F liegen in der Ebene $L: 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 12 = 0$.

- b** Zeigen Sie, dass die Kletterwand die Form eines Trapezes hat, in dem zwei gegenüberliegende Seiten gleich lang sind. 3

- c** Bestimmen Sie die Größe des Winkels, den die Kletterwand mit dem Untergrund einschließt. 3

- d** Auf die Anlage treffendes Sonnenlicht kann im Modell durch parallele Geraden beschrieben werden. Die Eckpunkte der Plattform 2 werden durch R, S und T dargestellt, die zugehörigen Eckpunkte des Schattens dieser Plattform durch $R'(4|2|0)$, S' bzw. $T'(1|5|0)$. Zeigen Sie rechnerisch, dass T' auf der Strecke \overline{EF} liegt. Berechnen Sie die Koordinaten von S' und stellen Sie den Schatten der Plattform 2 in der obigen Abbildung grafisch dar. 6

- e** Über ein Drahtseil kann man von einer Plattform zur anderen gelangen. Der eine Endpunkt dieses Seils ist am Pfahl 1 auf der Höhe der Plattform 1 befestigt, der andere am Pfahl 2 oberhalb der Plattform 2. Das Seil ist so gespannt, dass davon ausgegangen werden kann, dass es geradlinig verläuft. Es berührt die Plattform 2 an der Seite, die durch \overline{RT} dargestellt wird. 5

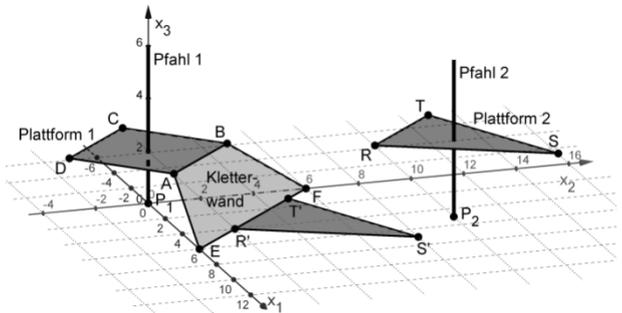
Betrachtet wird derjenige Endpunkt des Seils, der oberhalb der Plattform 2 befestigt ist. Beschreiben Sie, wie man den Abstand dieses Endpunkts von der Plattform 2 berechnen könnte, wenn bekannt wäre, in welchem Verhältnis die durch \overline{RT} dargestellte Seite der Plattform durch den Berührungspunkt des Seils geteilt wird.

20

2 Erwartungshorizont

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe dar, in welchem Umfang und in welcher Form eine Lösung erwartet wird; nicht alle Lösungen sind dazu vollständig ausgeführt. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

		BE
a	Die Mittelpunkte von \overline{AB} und \overline{EF} sind $M_1(1,5 1,5 2)$ bzw. $M_2(3 3 0)$. $1,2 \cdot \overline{M_1M_2} = 1,2 \cdot \sqrt{1,5^2 + 1,5^2 + 4} \approx 3,5$, d. h. das Seil ist etwa 3,5 m lang.	3
b	$\overline{EF} = \begin{pmatrix} -6 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix} = 2 \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} = 2 \cdot \overline{AB}$, $ \overline{AE} = \begin{vmatrix} 3 \\ 0 \\ -2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 3 \\ -2 \end{vmatrix} = \overline{BF} $	3

c	Mit $\vec{m} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ und $\vec{n} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ ergibt sich: $\cos \alpha = \frac{\vec{m} \cdot \vec{n}}{ \vec{m} \cdot \vec{n} } = \frac{3}{\sqrt{17}}$, d. h. $\alpha \approx 43^\circ$	3
d	$\vec{ET'} = \begin{pmatrix} -5 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix} = 5 \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = 5 \cdot \vec{T'F}$ $\vec{P_1S} + \vec{RR'} = \begin{pmatrix} 8 \\ 13 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ -5 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 8 \\ 0 \end{pmatrix}$ $S'(7 8 0)$ 	6
e	Man bestimmt die Koordinaten des Punkts U, der die Strecke von R nach T im bekannten Verhältnis teilt. Anschließend berechnet man die Koordinaten des Schnittpunkts V der Gerade durch den Punkt, der den Befestigungspunkt des Seils am Pfahl 1 darstellt, und den Punkt U mit der Gerade, die durch P ₂ verläuft und senkrecht zur x ₁ x ₂ -Ebene steht. Die Differenz der x ₃ -Koordinaten von V und R ist der gesuchte Abstand in Metern.	5
		20

3 Standardbezug

Teilaufgabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen ²						Anforderungsbereich		
		K1	K2	K3	K4	K5	K6	I	II	III
a	3			I	I	I		X		
b	3	I		I		I		X		
c	3		I	I		II			X	
d	6	II			I	II			X	
e	5		III	III			III			X

4 Bewertungshinweise

Die Bewertung der erbrachten Prüfungsleistungen hat sich für jede Teilaufgabe nach der am rechten Rand der Aufgabenstellung angegebenen Anzahl maximal erreichbarer Bewertungseinheiten (BE) zu richten.

Für die Bewertung der Gesamtleistung eines Prüflings ist ein Bewertungsraster³ vorgesehen, das angibt, wie die in den Prüfungsteilen A und B insgesamt erreichten Bewertungseinheiten in Notenpunkte umgesetzt werden.

² Für jede Kompetenz, die bei der Bearbeitung der Teilaufgabe eine wesentliche Rolle spielt, ist der Anforderungsbereich (I, II oder III) eingetragen, in dem die Kompetenz benötigt wird.

³ Das Bewertungsraster ist Teil des Dokuments „Beschreibung der Struktur“, das auf den Internetseiten des IQB zum Download bereitsteht.