

Gemeinsame Abituraufgabenpools der Länder

Pool für das Jahr 2018

Aufgaben für das Fach Mathematik

Kurzbeschreibung

| Anforderungsniveau | Prüfungsteil | Sachgebiet ¹ | digitales Hilfsmittel |
|--------------------|--------------|-------------------------|-----------------------|
| grundlegend | B | AG/LA (A2) | CAS |

1 Aufgabe

Die Position einer Bohrplattform im Meer kann in einem kartesischen Koordinatensystem modellhaft durch den Punkt $P(8|43,2|0)$ dargestellt werden. Die xy -Ebene beschreibt die Wasseroberfläche. Eine Längeneinheit im Koordinatensystem entspricht einem Kilometer in der Realität.

Die Besatzungen eines Boots und eines Hubschraubers werden gleichzeitig beauftragt, die Besatzung der Plattform in einer Notsituation zu unterstützen. Zum Zeitpunkt des Auftrags wird die Position des Boots durch den Punkt $B(13|31,2|0)$ dargestellt. Unmittelbar anschließend fährt es geradlinig mit der Geschwindigkeit $52 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ in Richtung der Plattform.

Die Position des Hubschraubers kann vom Zeitpunkt des Auftrags bis zum Beginn seiner Landephase durch die Gleichung $\vec{x} = \begin{pmatrix} 0,8 \\ 0,3 \\ 0,25 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 48 \\ 286 \\ 0 \end{pmatrix}$ beschrieben werden. Dabei

ist t die Zeit in Stunden, die seit dem Auftrag vergangen ist. Die Landephase beginnt im Modell im Punkt $H_L(7,76|41,77|0,25)$.

- a** Veranschaulichen Sie die Positionen der Plattform, des Boots und des Hubschraubers zum Zeitpunkt des Auftrags – unter Vernachlässigung der Flughöhe des Hubschraubers – in der xy -Ebene.

BE

2

¹ verwendete Abkürzungen: AG/LA (A1) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A1),
AG/LA (A2) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A2)

- b** Begründen Sie, dass der Hubschrauber bis zur Landephase parallel zur Wasseroberfläche fliegt, und geben Sie seine Flughöhe über der Wasseroberfläche an. 2
- c** Begründen Sie, dass die Position des Boots vom Zeitpunkt des Auftrags bis zum Erreichen der Plattform durch die Gleichung $\vec{x} = \begin{pmatrix} 13 \\ 31,2 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -20 \\ 48 \\ 0 \end{pmatrix}$ beschrieben wird, wobei t die seit dem Auftrag vergangene Zeit in Stunden ist. 4
- d** Ermitteln Sie, wie viel Zeit vom Zeitpunkt des Auftrags an vergeht, bis das Boot die Plattform erreicht. 2
- e** Betrachtet wird die Funktion e mit $e(t) = \begin{pmatrix} 0,8 \\ 0,3 \\ 0,25 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 13 \\ 31,2 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \left(\begin{pmatrix} 48 \\ 286 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -20 \\ 48 \\ 0 \end{pmatrix} \right)$ und $0 < t < 0,145$. Bestimmen sie denjenigen Wert von t , für den e seinen kleinsten Wert annimmt, und beschreiben Sie die Bedeutung dieses Werts im Sachzusammenhang. 4
- f** Der Hubschrauber bewegt sich während seiner Landephase mit verringerter Geschwindigkeit geradlinig auf die horizontale Landefläche der Plattform zu, die im Modell durch den Punkt $L(8 | 43,2 | 0,06)$ dargestellt wird. Bestimmen Sie die Größe des Neigungswinkels der Flugbahn während der Landephase gegenüber der Horizontalen. 3
- g** Bestimmen Sie eine Gleichung der Ebene in Koordinatenform, in der sich der Hubschrauber vom Auftrag bis zur Landung im Modell bewegt. 3
- 20

2 Erwartungshorizont

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe dar, in welchem Umfang und in welcher Form eine Lösung erwartet wird; nicht alle Lösungen sind dazu vollständig ausgeführt. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

| | | BE |
|----------|--|----|
| a | | 2 |

| | | |
|----------|---|----|
| b | Alle Punkte, die die Positionen des Hubschraubers darstellen, haben die gleiche z-Koordinate. Flughöhe: 250 m | 2 |
| c | Für $t=0$ ergibt sich $\vec{x} = \begin{pmatrix} 13 \\ 31,2 \\ 0 \end{pmatrix}$, d. h. der Ortsvektor von B. Der Vektor $\begin{pmatrix} -20 \\ 48 \\ 0 \end{pmatrix}$ ist kollinear zu $\vec{BP} = \begin{pmatrix} -5 \\ 12 \\ 0 \end{pmatrix}$. Es gilt $\left \begin{pmatrix} -20 \\ 48 \\ 0 \end{pmatrix} \right = 52$, d. h. passend zur angegebenen Geschwindigkeit legt der Hubschrauber pro Stunde 52 km zurück. | 4 |
| d | $\begin{pmatrix} 13 \\ 31,2 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -20 \\ 48 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 43,2 \\ 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow t = \frac{1}{4}$, d. h. es vergehen 15 Minuten. | 2 |
| e | $e'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{2407}{18020}$ Der Wert entspricht der Zeit in Stunden, die vom Zeitpunkt des Auftrags an vergeht, bis der Hubschrauber die geringste Entfernung zum Boot hat. | 4 |
| f | Mit $\vec{H_L} = \begin{pmatrix} 0,24 \\ 1,43 \\ -0,19 \end{pmatrix}$ und $\vec{n} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ liefert $\sin \alpha = \frac{ \vec{H_L} \circ \vec{n} }{ \vec{H_L} \cdot \vec{n} } : \alpha \approx 7,5^\circ$ | 3 |
| g | $\vec{x} = \begin{pmatrix} 0,8 \\ 0,3 \\ 0,25 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 48 \\ 286 \\ 0 \end{pmatrix} + u \cdot \begin{pmatrix} 0,24 \\ 1,43 \\ -0,19 \end{pmatrix}; t, u \in \mathbb{R}$ Das daraus resultierende Gleichungssystem I $x = 0,8 + 48t + 0,24u$ II $y = 0,3 + 286t + 1,43u$ III $z = 0,25 - 0,19u$ liefert $715x - 120y - 536 = 0$. | 3 |
| | | 20 |

3 Standardbezug

| Teilaufgabe | BE | allgemeine mathematische Kompetenzen ² | | | | | | Anforderungsbereich | | |
|-------------|----|---|----|----|----|----|----|---------------------|----|-----|
| | | K1 | K2 | K3 | K4 | K5 | K6 | I | II | III |
| a | 2 | | | I | I | | I | X | | |
| b | 2 | I | | I | | | I | X | | |
| c | 4 | II | | II | I | | | | X | |
| d | 2 | | | I | | I | I | X | | |

² Für jede Kompetenz, die bei der Bearbeitung der Teilaufgabe eine wesentliche Rolle spielt, ist der Anforderungsbereich (I, II oder III) eingetragen, in dem die Kompetenz benötigt wird.

| | | | | | | | | | | |
|----------|---|--|-----|-----|--|----|--|--|---|---|
| e | 4 | | III | III | | II | | | | X |
| f | 3 | | I | I | | II | | | X | |
| g | 3 | | | I | | II | | | X | |

4 Bewertungshinweise

Die Bewertung der erbrachten Prüfungsleistungen hat sich für jede Teilaufgabe nach der am rechten Rand der Aufgabenstellung angegebenen Anzahl maximal erreichbarer Bewertungseinheiten (BE) zu richten.

Für die Bewertung der Gesamtleistung eines Prüflings ist ein Bewertungsraster³ vorgesehen, das angibt, wie die in den Prüfungsteilen A und B insgesamt erreichten Bewertungseinheiten in Notenpunkte umgesetzt werden.

³ Das Bewertungsraster ist Teil des Dokuments „Beschreibung der Struktur“, das auf den Internetseiten des IQB zum Download bereitsteht.